TÉCNICA

REVISTA DE ENGENHARIA, DOS ALUNOS DO I.S.T.

79

COMPANHIA DO PAPEL DO PRADO

SOCIEDADE ANONIMA DE RESPONSABILIDADE LIMITADA

CAPITAL: Acções 7.000.000$00

SEDE EM LISBOA:

Direcção e Escritórios: Rua dos Fanqueiros, 178, 2.

Telefone: 2 2331

Depósito: Rua dos Fanqueiros, 270 a 276

Telefone: 2 2332 Telegráfico: PELPRADO

Proprietária das fabricas do Prado, Marianáia Sobreirinho (Tomar), Penedo, Casal d'Ermio (Louzã) e Vale Maior (Albergaria-a-Velha).

Instaladas para uma produção anual de seis milhões de quilos de papel e dispondo dos maquinismos mais aperfeiçoados para a sua industria.

Tem em depósito grande variedade de papeis de escrita, de impressão e de embrulho.

Toma e executa prontamente encomendas para fabricações especiais, de qualquer quantidade de papel de maquina, continuo ou reticulado e de forma

CIMENTO TEJO

FÁBRICA EM ALHANDRA

A instalação mais moderna do País. Dois fornos rotativos em laboração. — O "CIMENTO TEJO" marca pelas suas altas resistências e regularidade, garantidas pela fiscalização contínua de tôdas as fases do fabrico, exercida por técnicos portugueses especializados.

Pedidos á Companhia "CIMENTO TEJO"

SEDE EM LISBOA
RUA DA VITÓRIA, 88, 2.°

FILIAL NO NORTE
AV. DOS ALIADOS, 20, 3.°
PORTO

NÚMERO
79
Novembro - 1936

TÉCNICA

REVISTA DE ENGENHARIA
DOS
ALUNOS DO INSTITUTO SUPERIOR TÉCNICO
Redacção e Administração: AV. ROVISCO PAIS, IST / LISBOA-N. / TEL. 49144 (3 linhas)

DIRECTOR
MANUEL BRAVO
ADMINISTRADOR
LUÍS GUIMARÃIS LOBATO
CORPO REDACTORIAL
J. AUGUSTO DOS SANTOS
JOSÉ M. P. ATAÍDE

NÚMERO AVULSO..... 5$00

ASSINATURAS:

	3 meses	6 meses	12 meses
Continente e Ilhas	12$00	23$00	45$00
Colónias Portuguesas e Espanha...	—	30$00	55$00
Estranjeiro..	—	40$00	70$00

EDITOR E PROPRIETÁRIO
ASS. DOS ALUNOS DO I. S. T.

COMPOSTO E IMPRESSO
NAS
OFICINAS FERNANDES
RUA CRUZ DOS POIAIS, 103
TELEFONE 2 7784 // LISBOA

S U M Á R I O

Págs.

Evolução do Cálculo Variacional (No Bi-Centenário de Lagrange), pelo **Dr. Aureliano de MIRA FERNANDES** (Prof. I. S. T.)..... 1

O número especial da «Técnica»..... 12

Cálculo de arcos encastrados simétricos, submetidos a quaisquer cargas verticais, por **Alberto ABECASIS** (Do Curso de Engenharia Civil)..... 13

Engenheiros através do «Diário do Govêrno», Errata, («Técnica» n.º 78) 18

Estatística das Instalações Eléctricas em Portugal — Relatório, pelo Eng.º **FERREIRA DIAS** (Prof. I. S. T.)..... 19

Política Hidráulica — Uma Repartição do Estado, que honra o País e a Engenharia Nacional..... 39

Alguns inconvenientes da promoção por antiguidade — Necessidade da selecção, por **Joaquim M. ESPARTEIRO** (Capitão-Tenente)..... 39

Do Mundo Técnico..... 41

Publicações Recebidas 42

TECNICA
REVISTA DE CULTURA TECNICA E ECONOMICA
REDACÇÃO E ADMINISTRAÇÃO
ASS. dos EST. do I. S. T. -
LISBOA

PERMITIDAS AS TRANSCRIÇÕES QUE INDIQUEM:
"TECNICA,,
REVISTA DE ENGENHARIA, DOS ALUNOS DO I. S. T.

MUNDET & C.ª L.DA

Produtores, fabricantes e exportadores de cortiça e de todos os produtos dela derivados

Séde: SEIXAL--Fábrica: MONTIJO (Nascente)

AGENCIA GERAL

Dirigida por: Engenheiro José Belard da Fonseca e Construtor Amadeu Gaudêncio

ESCRITÓRIO: Rua Dr. Alexandre Braga, 55 // Telefones P. B. X. 4 3191 - 4 3192 // LISBOA // Sociedade de Construções Amadeu Gaudêncio, Limitada

O Parquet em mosaico de cortiça constitui o mais agradável, o mais cómodo, o mais decorativo e o mais higiénico pavimento de qualquer habitação

LOUÇAS SANITÁRIAS
MATERIAL ELÉCTRICO
ENCANAMENTOS
BALNEÁRIOS
AQUECIMENTO CENTRAL
VENTILAÇÃO
ILUMINAÇÃO
CAMPAINHAS
TELEFONES
PÁRA-RAIOS
FRIGORÍFICOS «COPELAND»
ELEVADORES «STIGLER»

Fundição de metais — Torneiras — Serralharia civil e artística—Latoaria—Galvanoplastia, etc.

Júlio Gomes Ferreira & C.ª, L.da

(CASA FUNDADA EM 1823)

A MAIS ANTIGA NO SEU GÉNERO

Estabelecimentos { Rua da Vitória, 82-88 / Rua Aurea, 166-170 — LISBOA

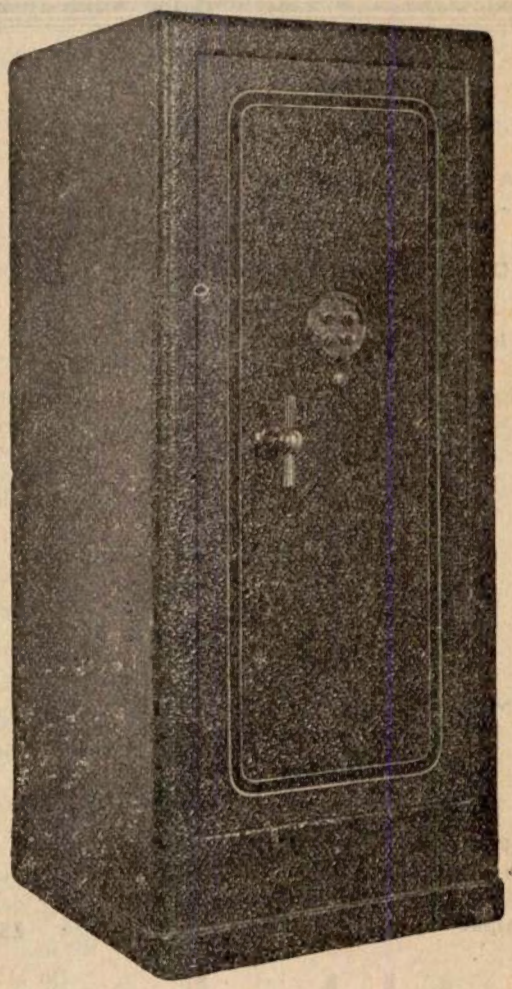
Fábrica: Rua S. Tiago, 19

Telefones 21361 P. B. X.

VENDAS A PRESTAÇÕES

Fábrica Portugal, L.DA

Regueirão dos Anjos, 96—LISBOA



SEGURANÇA ABSOLUTA CONTRA

SALAS DE EXPOSIÇÃO E VENDA:

Rua Febo Moniz, 2 a 20—Telef. 4 7158
Praça dos Restauradores, 49 a 54—Telef. 2 4948
Avenidas da República e Elias Garcia—Telef. 4 7159
Rua da Graça, 82 e 84—Telef. 4 7160

Engenheiro Civil I. S. T.

Ricardo E. Teixeira Duarte

Captagens de água subterrânea
Sondagens e Poços artezianos
Fundações em terrenos aquíferos

RUA AUGUSTA, 280, 4.º (ELEVADOR)

Telefone 2 3962

LISBOA

EMULSÕES
de asfalto para estradas

Todos os tipos e percentagens

TELEFONE 2 0879
Telegramas: Epalda — LISBOA

FÁBRICA EM SACAVÉM

"LUSALITE"

fibro-cimento nacional

EM

INCOMBUSTÍVEL
LEVE
RESISTENTE
ISOLADOR
IMPUTRESCÍVEL

Tubos para pressões hidráulicas de 3 a 12 K.os/cm.2
Chapas onduladas para coberturas
Chapas lisas para revestimento de tetos, tabiques, etc.
Produtos da Sociedade Portuguesa de Fibro-cimento

ÚNICOS CONCESSIONÁRIOS:

CORPORAÇÃO MERCANTIL PORTUGUESA, L.DA

Rua de S. Nicolau, 123

Telefones: 2 3948 — 2 8941 — LISBOA — Telegramas: Lusalite

União Eléctrica Portuguesa, S. A.

SEDE SOCIAL

Rua Duque de Loulé, 243 — PORTO

CAPITAL { Acções..... 40:000 contos
Obrigações 11:000 contos

ELECTRICIDADE DO LINDOSO

FORÇA { Hidráulica..... 40:000 HP
Térmica ..... 20:000 HP

Potência já contratada 20:000 HP
Potência disponível... 22:000 HP

Extensão total das linhas em exploração : 700 quilómetros

Facilidade para electrificação de fábricas e linhas distribuïdoras nas zonas de PORTO, Braga, Coimbra, Figueira da Foz, Leiria, Alcobaça, Tomar, Caldas da Rainha, etc.

Consultai as nossas tarifas

CIMENTO

SECIL

Experimentem a nova embalagem em sacos de papel, absolutamente segura, impermeável e sem devolução

Delegação em Lisboa: R. DO ALECRIM, 45, 1.º

Endereço telegráfico: SECIL-Lisboa
TELEFONES : 2 8201, 2 8202 e 2 9166

FÁBRICA EM OUTÃO (SETÚBAL)

Azeitão 404 Setúbal 283

LIZ

CIMENTO PORTLAND ARTIFICIAL

Em barricas de 180 quilos e sacas de 50 quilos

O melhor e mais regular dos cimentos — Endurecimento rápido — As mais altas resistências

Produção anual de 120.000 toneladas, empregando dois fornos rotativos metálicos

EMPRÊSA DE CIMENTOS DE LEIRIA

S. A. R. L. — Capital 8.000:000$00

Fábricas em Maceira — MARTINGANÇA

Escritórios: R. do Cais de Santarém, 64, 1.º — LISBOA — Telef. n.os 21331/32/33

FILIAL DO NORTE — Rua Formosa, 297 — PORTO

AGENTES EM TODO O PAÍS

TÉCNICA

MANUEL BRAVO
DIRECTOR

ANO XI - N.º 79 NOVEMBRO DE 1936

EVOLUÇÃO DO CÁLCULO VARIACIONAL

(NO BI-CENTENÁRIO DE LAGRANGE)

PELO DR. AURELIANO DE MIRA FERNANDES
(PROF. DO I. S. T.)

O exame minucioso e profundo das propriedades e relações, dentro dum determinado domínio; e a generalização oportuna, a um domínio afim, dos conceitos e teorias a que a análise do primeiro conduziu, têm sido, na elaboração do conhecimento científico, origens igualmente fecundas do saber humano. E, se a fecundidade daquele exame exalta e nobilita o engenho creador, o êxito desta generalização inculca a existência e confirma a soberania dum princípio de *unidade* que é, ao mesmo tempo, um disciplinador da cultura e um guia de todo o labor especulativo. Mesmo quando o intento de generalizar não é oportuno, revelando o contraste em vez da analogia, nem por isso êle deixa de ser profícuo; abrindo, quási sempre, novos caminhos à investigação da verdade, sugerindo novas teorias, descobrindo novas perspectivas, elucidando obscuridades e derimindo pleitos, para os quais um exame confinado não encontrava suficiente esclarecimento e satisfatória compostura. *Combinar e comparar,* já o dizia Evaristo Galois, são, muito mais do que *deduzir,* as funções primaciais do espírito matemático, mais fadado para *estudar* do que para *conhecer*. E ao seu triunfo não se pode negar, muitas vezes, o concurso do acaso. Assim é. Mas quantas vezes as combinações e comparações fecundas são sugeridas pela semelhança da teoria com outras que, em domínios diferentes, têm conseguido assinalados benefícios!

A mesma *extensão* do conhecimento científico, graças à legítima confiança que nos inspira aquele princípio de unidade, limita o número de directrizes, com probabilidades de êxito, que a actividade criadora deve seguir na análise de cada domínio; aconselha a escolha dos métodos; esclarece a interpretação dos resultados; e vai, com freqüência, por via reflexa, promover o aperfeiçoamento da teoria padrão.

Delineada em poucos meses, a teoria dos grupos contínuos de Sophus Lie teria tido, certamente, uma gestação muito mais lenta e uma perfeição inicial muito mais precária, se não existisse a teoria de Galois. Sem aquela, Klein não teria podido formular a sistematização das geometrias holónomas. Sem ambas, não teria o génio de Poincaré elaborado a teoria das fuchsianas. E, em nossos dias, quantas construções baseadas no modêlo da geometria de Riemann, ou no paradigma espacial de Hilbert!

Eu sei que êsses progressos do pensamento matemático se realizam à custa dum forma-

lismo cada vez mais abstracto, ao mesmo tempo que a teoria física, procurando devassar, dia a dia, com maior minúcia a estrutura da matéria, exige uma investigação cada vez mais concreta. E essa era, nos últimos meses da sua curta existência, a grande preocupação do malogrado Jacques Herbrand, para quem a objectividade só podia ser atingida na pureza do simbolismo, excluindo, portanto, a realidade! De resto, o necessário incremento da abstracção do formalismo matemático é conseqüência imediata dum teorema de Gödel, segundo o qual a não contradição dum determinado formalismo não pode exprimir-se por uma fórmula deduzida nesse mesmo formalismo.

Além das funções de *combinar* e *comparar*, a que se referia Galois, importa ao espírito criador, para que o simbolismo se valorize na análise do concreto, o exercício, cada vez mais instante e mais difícil, da função de *interpretar*.

Por isso mesmo, quando um determinado simbolismo tem possibilidades de fecunda interpretação em vários domínios, levando consigo, dum para outro, uma aparelhagem algorítmica tanto mais perfeita quanto mais estável, e uma capacidade de sugerir combinações e comparações úteis, tanto mais vasta quanto mais minuciosamente experimentada, segura fiança é essa da sua perdurabilidade como instrumento do raciocínio. Quem ousaria hoje contestar, depois dos seus triunfos na interpretação da teoria física, o acréscimo de vigor, alcançado nos últimos anos, pelos métodos estatísticos? Ou a extraordinária opulência da generalização de Cartan do método do triedro móvel de Darboux? Ou ainda a pujança das teorias variacionais, fortalecidas pelo uso dos métodos topológicos e pela sua utilização na arquitectura das Mecânicas abstractas, relacionando a concepção pontual com a ondulatória?

É a estas teorias variacionais que eu desejo referir-me, meus Senhores, em singelo comentário, com o pretexto, muito mais valioso que a pobreza do desempenho, de lembrar o nome de Lagrange, um dos seus próceres, cujo bicentenário se celebra êste ano.

Como em tantos outros domínios da Análise, a criação dos métodos e a resolução dos problemas fundamentais foi, no Cálculo das variações, muito anterior à crítica apurada e judiciosa da sua legitimidade. A intuïção da verdade (por vezes duma aproximação da verdade) promovia, precipitadamente, uma declaração de posse, onde era apenas aceitável uma presunção de presença. Os desmentidos, porém, por fôrça dessa mesma intuïção, quási sempre deixaram de pé as grandes linhas do raciocínio, cuja definitiva estruturação é obra dos nossos dias. Disciplina de métodos, moderação de impulsos, esclarecimento de ilusórias aparências, têm tido, como contra-partida, a extensão dos domínios em que a teoria variacional se afirma, cada vez mais, um instrumento analítico de alta valia.

Foi nos fins do século XVII, em 1686, que Newton propôs o primeiro problema de Cálculo das variações: o da determinação da forma que deve ter um sólido de revolução para que, mergulhado num fluido, paralelamente ao seu eixo, sofra uma resistência mínima, na hipótese dessa resistência ser proporcional ao quadrado da velocidade. A solução é do mesmo Newton, embora sem a ter demonstrado.

Dez anos depois, João Bernoulli formulava o problema da braquistócrona (por êle resolvido no ano seguinte). Seu irmão Jacques Bernoulli dava, nesse mesmo ano de 1697, uma nova solução do problema; e, no final da Memória, analisava as suas relações com outros de que se tinham ocupado os geómetras gregos e que tinham em vista a determinação de curvas, dum dado comprimento, satisfazendo a certas condições de máximo ou mínimo. Para todos êles propôs Jacques Bernoulli o nome de *problemas de isoperímetros*; e podemos dizer que na sua formulação se encontra a origem do cálculo das variações. Mas foi em 1744, quási cinqüenta anos depois, que Euler estabeleceu o primeiro método geral para a sua resolução.

O *Methodus inveniendi lineas curvas maximi minimive proprietate gaudentes* é um dos seus mais notáveis títulos de glória. A sua *regra isoperimétrica*, que lhe permitiu resolver quási todos os problemas, até então propostos, sôbre a matéria, contêm, em essência, o método dos multiplicadores de Lagrange; e só o não atinge em perfeição, artificiosa, como é, nos

processos de análise, porque... Ouçamos Lagrange: *A regra de Euler nada deixaria a desejar se tivesse por base uma análise mais conforme ao espírito do cálculo diferencial; mas, a decomposição, que o autor faz, das diferenciais e dos integrais nos seus elementos primitivos, destrói o mecanismo dêste cálculo e faz-lhe perder as suas principais vantagens: a simplicidade e a generalidade do seu algorítmo.* Comentário perfeito! Euler não tinha visto (como viu Lagrange) que se tratava duma nova categoria de problemas *da competência do cálculo diferencial,* para cuja resolução era necessário, portanto, adoptar um simbolismo adequado, insusceptível de se confundir com o das diferenciais ordinárias. Euler tinha observado que a mesma notação não podia servir para as *diferenciais* e para o que hoje chamamos *variações,* mas... Ouçamos agora o comentário autorizado de Cauchy: *Se êle tivesse pensado em adoptar notações diversas para os dois casos, teria, talvez, chegado imediatamente ao cálculo das variações de Lagrange.* E não haverá, certamente, muitos exemplos, na história da Análise, em que uma oportuna escolha de símbolos se tenha revelado tão fecunda. Fecundidade que não resulta apenas da separação de domínios infinitèsimais; mas também, e, talvez sobretudo, da nitidez com que, por seu intermédio, se revela, como dizia Lagrange, *o carácter diferencial* do problema das variações.

E é por ter visto *assim* êsse problema que Lagrange deve ser considerado, sem desprimor para os seus antecessores, o verdadeiro fundador da teoria variacional.

As ideias e métodos de Lagrange foram acolhidos por Euler com entusiasmo; e além da memória *Elementa calculi variationis,* publicada em 1764, dois anos depois da Memória fundamental de Lagrange e dois anos antes de ter cegado, pode dizer-se que, até ao fim da vida, os métodos variacionais mereceram constantemente a Euler a maior atenção, que se traduziu em notáveis progressos.

Numa segunda Memória, de 1770, Lagrange, respondendo a alguns críticos, entre êles Borda e Fontaine, faz uma nova exposição do seu método, mais tarde aperfeiçoado, no cap. XII da *Teoria das funções analíticas* (1797), e no *Cálculo das funções* (1806), onde figura também o método dos multiplicadores que, pela primeira vez, tinha sido exposto na *Mecânica Analítica,* em 1788.

O estudo da segunda variação, necessário para a investigação das condições de máximo ou mínimo, quando se verificam as de estacionaridade, foi iniciado por Legendre, em 1786, nas Memórias da Academia das Ciencias, corrigido por êle próprio e por Brunacci, poucos anos depois, e retomado por Lagrange na *Teoria das funções analíticas.* E é ás condições de Legendre e Lagrange que fazem referência, até ao aparecimento da obra de Jacobi, os tratadistas do Cálculo das variações.

São bem conhecidas essas condições da teoria clássica. A segunda variação dum integral definido é também um integral definido, entre os mesmos limites, duma forma quadrática Σ das variações das variáveis dependentes e das suas derivadas; estas variações são funções *arbitrárias* da variável independente x, supostas contínuas e deriváveis.

Se $y_1, y_2, \ldots y_n$ são as funções desconhecidas (variáveis dependentes), bastaria que a forma quadrática

$$\Sigma\,(\delta y_1, \delta y_2 \ldots \delta y'_1 . \delta y'_2 \ldots \delta y''_1, \delta y''_2 \ldots)$$

tivesse sinal constante, no intervalo de integração, *não se tornando infinita em nenhum ponto do intervalo* (observação fundamental de Lagrange à análise de Legendre), para que a segunda variação do integral dado tivesse também sinal constante, podendo afirmar-se, portanto, a existência dum máximo ou dum mínimo. Não acontece assim, porque $\delta y'_1$, por exemplo, não é independente de δy_1, desde que δy_1 é arbitrária.

Procurou-se, portanto, *transformar* a forma Σ. De que maneira? À custa de duas novas formas quadráticas, Σ_1 e Σ_2, de modo tal que:

1.º $$\Sigma = \frac{d}{dx}\,\Sigma_2 + \Sigma_1\,;$$

2.º Σ_2 é uma forma quadrática nas variações δy_i, $\delta y'_i$, ..., que se anula nos extremos e se não torna infinita em nenhum ponto do intervalo de integração (x_1, x_2);

3.º Σ_1 é uma forma quadrática, não já nas

variações δy_i, $\delta y'_i$, ..., mas em novas variáveis δY_1, δY_2 ... δY_n, que são funções lineares das primeiras e *independentes entre si.*

Nesse caso, a segunda variação

$$\int_{x_1}^{x_2} \Sigma \, dx = \int_{x_1}^{x_2} \Sigma_1 \, dx$$

e basta, portanto, que Σ_1 tenha sinal constante em todo o intervalo, não se tornando infinita em nenhum ponto, para que o mesmo aconteça à segunda variação, podendo afirmar-se a existência de máximo ou mínimo.

É claro que, em virtude da primeira condição de transformação, Σ_2 não conterá $\delta y_i^{(k)}$, se esta fôr a mais alta variação de y_i que figura em Σ.

Da análise de Legendre e Lagrange resulta que o problema é resolúvel, se os coeficientes da forma quadrática Σ_2 são *reais e finitos.* Esses coeficientes são soluções de certas eqüações diferenciais, faceis de estabelecer; e a teoria das equações diferenciais mostra que existem soluções reais e finitas. A demonstração de existência foi tentada erroneamente por Legendre, em 1789.

Não bastava, porém, demonstrar que existem as soluções desejadas: era necessário determiná-las, para se poder afirmar que Σ_2, se não torna infinita em nenhum ponto do intervalo de integração.

E aqui intervêm os teoremas de Jacobi, por êle enunciados sem demonstração, e dos quais resulta, em resumo, que os integrais gerais das eqüações diferenciais, que nos dão os coeficientes da forma quadrática Σ_2, podem determinar-se a partir dos integrais das equações diferenciais do problema de estacionaridade.

Resultados bem conhecidos são estes, meus Senhores, aos quais apenas faço referência porque, ao definitivo apuramento das suas condições de validade, bem altos serviços tem prestado a crítica severa da idade moderna. Severa e copiosa. Mas, talvez, não seja injustiça destacar, entre os comentadores da excelsa concepção de Jacobi, os nomes de Spitzer e Hesse. E a seguir, na ordem do tempo, Clebsch, Mayer e Weierstrasse, nas suas lições de Berlim, de 1884. Refiro-me, bem entendido, aos comentadores do período clássico. Adiante farei menção dos principais progressos da época contemporânea.

Foi Gauss quem primeiro se ocupou dum problema variacional em que intervém um integral duplo de limites variáveis, dando logar à análise de Poisson e, sobretudo, de Ostrogradski que, logo no ano seguinte (1834), criava a importante fórmula variacional que generaliza, para os integrais múltiplos, a da variação dum integral definido qualquer.

E, se os resultados de Ostrogradski confirmam a fertilidade dos métodos de Lagrange, o mesmo fazem as Memórias de Delaunay e Sarrus, publicadas alguns anos depois, e nas quais se resolve o problema da transformação da primeira variação do integral múltiplo, decompondo-a em duas partes, uma delas dependendo apenas dos limites do integral.

Da segunda variação dos integrais múltiplos ocupou-se Clebsch e, mais tarde, Kobb que generalizou muitos resultados, obtidos por Weierstrasse, sôbre a segunda variação dos integrais definidos.

Mas a sua teoria, infelizmente, ainda hoje é precária e incompleta.

A par das questões de método, na resolução dos problemas variacionais, importava, porém, analisar a *legitimidade* das fórmulas e a *extensão* do seu campo de aplicabilidade. O método dos multiplicadores, a demonstração dos lemas fundamentais, mereceram particular cuidado, no período a que venho chamando clássico, a Bertrand, Du Bois-Reymond, Mayer, Heine, etc.; a fim de se apurarem seguras condições de validade.

Mas a questão de *extensão,* ou, talvez melhor, de *generalidade* das soluções, não era menos importante, nem menos difícil. As hipóteses de continuïdade e derivabilidade das funções desconhecidas que o problema variacional pretende determinar, legitimando os processos de cálculo, simultâneamente os invalidam para a investigação das soluções discontínuas, ou não deriváveis, que o problema possa ter. E, desde a obra de Cayley e de Du Bois-Reymond, até aos actuais métodos directos, a existência dessas soluções discontínuas tem sido procurada com especial interêsse e apurada atenção.

Tão vasta era já, nos princípios da segunda

metade do século passado, a bibliografia do Cálculo das Variações, que, em 1861, um resumo histórico minucioso, a que falta, de resto, espírito crítico, das memórias até então publicadas sôbre a matéria, rendeu a Todhunter um volume de mais de quinhentas páginas!

Fecho com esta observação, meus Senhores, a minha breve referência à obra dos precursores.

Ela dá bem a medida do interesse despertado pelas teorias variacionais, desde o início da sua estruturação.

Mas essa obra dos precursores é, apenas, uma sementeira e um estímulo; uma inquirição e uma tentativa, mesmo dentro da feição clássica da teoria. Esta, só se *julgou terminada* nos princípios dêste século, com a obra de Knesser, Bolza e Hadamard; com a solução dos problemas de transversalidade e de extremo forte e fraco; do problema de Mayer, mais geral que o de Lagrange; e, sobretudo, com a redução a problemas variacionais dum grande número de questões de análise, que assim tiveram, na proveitosa utilização dum mesmo algoritmo, um estreitamento de relações, que a tôdas beneficiou, e que era já um prenúncio da inexgotável capacidade dos métodos do Cálculo das Variações.

Julgou-se terminada, dizia eu, com a publicação dos grandes tratados a que aludi, a formulação da teoria clássica, quando já novos domínios do pensamento e novas modalidades do raciocínio estavam enriquecendo e esclarecendo a concepção variacional. Mas julgou-se precipitadamente. Ainda, há menos dum ano, o tratado de Carathéodory, *Cálculo das variações e equações às derivadas parciais de primeira ordem* (Leipzig-1935) nos veiu trazer, dentro do classicismo da teoria variacional, conceitos da mais alta valia, que tinham escapado à análise dos grandes Mestres. Desde Hamilton e Jacobi que as equações de estacionaridade, sob a forma lagrangiana, ou sob a forma canónica, se podem traduzir, numa única equação às derivadas parciais de primeira ordem: a clássica equação de Jacobi, para a qual as equações canónicas correspondentes são, na teoria de Lagrange, as equações das características. Mas a equivalência de duas expressões do mesmo facto analítico não as obriga a ser igualmente prestáveis para a elucidação dos problemas. O conhecimento da dualidade, a que me estou referindo, vinha de longe; sendo, como se sabe, a análise inicial de Hamilton sugerida pela equivalência, como leis fundamentais da óptica geométrica, do princípio variacional de Fermat e do princípio de Huygens, traduzido por uma equação de primeira ordem às derivadas parciais.

E adiante veremos como essa dualidade, desde os primeiros trabalhos de Schrödinger, é o traço de união entre a concepção pontual e a concepção ondulatória da Mecânica. Por agora, esta minha referência ao tratado de Carathéodory tem apenas em vista celebrar a fecundidade da análise do ilustre professor de Göttingen, sempre apoiada na teoria das equações às derivadas parciais e desenvolvida em espaços configurativos a n dimensões, o que lhe permite ilucidar as relações dos problemas dinâmicos com os problemas variacionais da maneira mais perfeita.

Foi há quási cincoenta anos, em 1887, que apareceram nos *Rendiconti* da Academia dos Linces as primeiras notas de Volterra sôbre o Cálculo funcional. A concepção duma variável numérica, cujo valor depende, não dos valores de outras variáveis mas do conjunto dos valores duma função, devia ter sido formulada, no dizer de Hadamard, logo depois de creado o conceito de integral definido, ou pelo menos, logo depois de Dirichlet ter estabelecido, a partir dêsse mesmo conceito, uma nova definição de função.

Não aconteceu assim. Nem no Cálculo das Variações, que é apenas um capítulo do Cálculo Funcional, como a teoria dos máximos e mínimos é um capítulo do cálculo diferencial, e que tão grande interêsse mereceu aos analistas do século passado, se advertiu a presença dum novo ramo da análise infinitesimal, em que a variável independente não é um número, mas sim uma função.

A teoria das *funções de linhas* de Volterra (o nome de *funccional* é, como se sabe, de Hadamard) obteve rápidos progressos. Depois da análise minuciosa de alguns exemplos clássicos, em que é definível a funcional, Volterra

generalizou o conceito de *variação* de Lagrange. As funcionais que admitem variação têm, no conjunto de todas as funcionais, particular importância: como a têm, no conjunto de todas as funções, aquelas que admitem diferencial. A própria diferencial duma função é já uma funcional; sendo o conjunto, de que ela depende, formado pelos valores da função na vizinhança infinitesimal dum ponto. À *algebra funcional* pertencem todos os problemas em que a incógnita é uma função ordinária; e por isso, ela está imediatamente relacionada com a teoria das equações integrais e integro-diferenciais, de tão alto alcance na ciência moderna. À *análise funcional* pertencem aqueles problemas em que a incógnita é uma funcional.

O incremento da teoria, como já disse, foi rápido. Ao lado de cada capítulo da análise ordinária, e por uma simples passagem do finito para o infinito, que é ainda um processo geral de Volterra, construiu-se o capítulo correspondente do cálculo funcional. E aqui está mais um exemplo da fecundidade do intento de *generalizar e interpretar*, a que fiz referência, no princípio desta resumida exposição.

Em que termos, e até que ponto, vinha a creação da análise funcional animar e aperfeiçoar as teorias variacionais? Já a extensão do conceito lagrangiano de variação, feita por Volterra, é, certamente, um animador dos métodos e um valioso argumento a favor da concepção genial de *Lagrange* de generalizar, *em sentidos diferentes*, os elementos fundamentais do cálculo diferencial. E mais o são ainda, talvez, os conceitos de variação de Fréchet e Gateaux. Por outro lado, a subsistência, no espaço funcional, dos teoremas que servem de base ao Cálculo das Variações, nos espaços ordinários, alarga a extensão dos seus domínios. Mas há mais. Como é sabido, as noções integrais são ainda válidas em campos onde as noções diferenciais já não são definíveis; e essa circunstância deu ao Cálculo das Variações, que é, principalmente, de feição integral, um notável incremento, com a creação do cálculo funcional; incremento que se tornará ainda mais acentuado, como veremos, pela adopção dos métodos topológicos e com o auxílio da teoria dos grupos, os dois mais fecundos instrumentos da ciência dos nossos dias, fecundidade que tem, sobretudo, por base o alheamento de considerações infinitesimais. Dêstes novos panoramas da teoria variacional, são grandiosa perspectiva os tratados monumentais de Hadamard e Tonelli, onde se abordam os métodos directos, necessários para a resolução de importantes problemas, e que vieram também esclarecer a insolubilidade de velhas questões, em que o máximo ou o mínimo não existem. As sucessões minimizantes de Ritz, a teoria das diferenças, a utilização de funções de infinitas variáveis, são recursos inestimáveis dessa nova análise a que tem dado tão grande relêvo, nos últimos anos, a personalidade eminente de Bouligand.

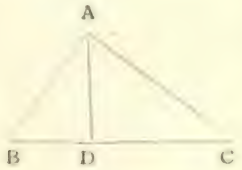
A existência dum mínimo, por exemplo, exige que os elementos duma sucessão minimizante tenham um elemento de acumulação, que faz parte ainda daquela categoria de elementos, dentro da qual se procura o mínimo; e que a função, ou funcional, que se quere tornar mínima, não exceda, *em nenhum elemento, nenhum dos limites* dos valores que ela toma numa sucessão de elementos infinitamente próximos. E êstes resultados não poderiam ter sido suficientemente esclarecidos, sem os progressos da teoria dos conjuntos, com a noção de conjunto *compacto em si mesmo*, de Fréchet, e sem o conceito de semi-continuïdade, creado por Baire, e utilizado por Lebesgue, na resolução dos problemas variacionais. O mínimo é atingido quando existe a semi-continuïdade inferior.

O uso da teoria dos grupos, no Cálculo das Variações, iniciado por Emmy Noether, e do qual Radon tirou tão largo proveito pela simplificação que, para um problema variacional, resulta da sua invariância, em relação a um conhecido grupo de transformações, é ainda um dos recursos fundamentais dessa análise directa. *Um grupo*, no dizer de Bouligand, [1] *é um domínio de casualidade, visto que a invariância das hipóteses, em relação às modificações dum grupo, tem, como conseqüência, a invariância das respectivas conclusões.* As modificações referidas podem ter, bem entendido, um caracter mais geral do que as transformações ordinárias da teoria dos grupos. O que importa é

[1] La causalité des théories scientifiques (Actualités Sc. et Industrielleés — n.º 184).

conseguir, à custa de *adjunções* convenientes, um domínio de casualidade que nos revele o mais extenso campo de aplicação dum certo enunciado. Do conhecimento dêsse campo resultam, em regra, benefícios, provenientes da eliminação de hipóteses *parasitas;* a proposição esclarece-se; por vezes, torna-se evidente.

Vou citar um exemplo de Bouligand, que não diz respeito à análise variacional, mas que, pela sua simplicidade, muito elucida a importância dos métodos directos. Trata-se do teorema de Pitágoras: *A área do quadrado construído sôbre a hipotenusa dum triângulo rectângulo é igual à soma das áreas dos quadrados construídos sobre os catetos.* Como a área dum quadrado é, por definição, o quadrado do lado, e como as áreas de dois polígonos semelhantes são proporcionais aos quadrados de dois lados homólogos, o princípio pode enunciar-se assim: *Construídos, sôbre os lados dum triângulo rectângulo, três polígonos semelhantes (em que êsses lados são homólogos), a área do polígono construído sôbre a hipotenusa é igual à soma das áreas dos polígonos construídos sôbre os catetos.* Está feita a *adjunção.* O princípio é verdadeiro, desde que se demonstre para *quaisquer* três polígonos semelhantes, construídos sôbre os lados do triângulo rectângulo dado, nas condições indicadas. Mas, como se sabe, a altura $\overline{AD}$ dum triângulo rectângulo de hipotenusa $\overline{BC}$, divide o triângulo em dois triângulos rectângulos, semelhantes entre si e ao total.



Portanto, se os três polígonos semelhantes construídos sôbre os lados do triângulo $A\overset{\triangle}{B}C$, foram $A\overset{\triangle}{B}C$, $A\overset{\triangle}{B}D$ e $A\overset{\triangle}{C}D$, o princípio é evidente. Logo, é geral. Como se vê, as *modificações* que constituem o grupo (passagens de um sistema de três polígonos similhantes para outro) são mais gerais do que as transformações dos grupos das geometrias holónomas de Klein.

São como diz Bouligand, uma verdadeira *tradução* de enunciados, deixando inalterável o domínio de causalidade. E como tudo isto é estruturalmente afim (mostra-o Bouligand) das concepções geniais de Galois, o grande iniciador dos métodos directos! Recordemos:

No domínio de racionalidade a que pertencem os coeficientes duma equação algébrica, as funções racionais das raízes da equação, cujo valor numérico pertence a êsse domínio, são as que ficam invariantes para tôdas as substituïções dum certo grupo.

A fixação dêsse grupo (o grupo de Galois da equação) exige a adopção de uma certa *notação* para as raízes. Se mudarmos de notação, o novo grupo é isomorfo do primeiro, conservando o domínio de causalidade: teremos feito uma *tradução* de enunciados, no sentido a que, há pouco, aludi. Pela *adjunção* duma irracionalidade do domínio primitivo, pode acontecer que o grupo da equação se reduza, no novo domínio, alargando-se o campo das funções racionalmente conhecidas. E, se o alargamento fôr tal que as raízes pertencem ao novo campo, a equação está resolvida.

Se a equação é de coeficientes quaisquer, o grupo inicial é o grupo total, ou simétrico.

E, pelo arbítrio de *notação* das raízes, pelo uso da liberdade de *tradução,* a que fiz referência, o grupo reduzido, pela adjunção duma conveniente irracionalidade, será subgrupo invariante do primeiro. Simplesmente essas irracionalidades são quaisquer: possìvelmente radicais. Mas, para que o grupo inicial se reduza à identidade e a equação se resolva, apenas pela adjunção de radicais, importa, como se sabe, que êle seja um grupo *resolúvel:* que os seus factores de composição sejam números primos.

Seja-me perdoada a divagação, à conta do propósito de esclarecer e acentuar a analogia de processos e de ideias normativas, nesta análise directa, de assinalados êxitos e mais prometedores auspícios, em que o raciocínio não corre o risco de perder-se numa especulação inglória, conduzido pela generalidade dos métodos algorítmicos, quási sempre apoiados em hipóteses acessórias, perturbadoras do que é essencial nos problemas.

Outro grande esclarecedor do cálculo das variações é o problema dos *valores próprios*

e *funções próprias,* que, por sua vez, tem na análise variacional um auxiliar inestimável. É sabido em que consiste o problema elementar, no que diz respeito às equações diferenciais: Uma equação linear e homogénea às derivadas parciais, de qualquer ordem,

$$1)\ L(z) = az + bz_x + cz_y + dz_{x2} + ez_{y2} + \ldots = o,$$

entre uma variável dependente z e as suas derivadas parciais z_x, z_y, z_{x2} ..., em ordem a variáveis independentes quaisquer, cujos coeficientes a, b, c, d são funções das variáveis independentes e dum parâmetro λ, traduz um problema cujos *valores próprios* são os valores do parâmetro λ para os quais a equação admite soluções $z(x, y \ldots)$, que não são idênticamente nulas, e que se chamam *funções próprias* correspondentes a êsses valores do parâmetro.

Estes conceitos imediatamente se generalizam às equações integrais lineares e às equações às diferenças. Pois bem; as funções próprias são as extremais duma expressão funcional, com certas condições adjuntas, e os valores próprios são os correspondentes valores dessa expressão funcional. E isto é já uma generalização da conhecida teoria dos valores próprios das formas quadráticas.

Desta correlação entre os problemas variacionais e os problemas de valores próprios, resultam para os primeiros (e é o que, sobretudo, me interessa acentuar) importantes esclarecimentos doutrinários, a par duma ampliação de domínios, cujo alcance é manifesto para todos aqueles que conhecem os modernos roteiros da mecânica atómica. O tratado de Courant e Hilbert sôbre os *Métodos da física matemática,* que, a tantos títulos merece a designação de *monumental,* ocupa-se das relações, a que estou aludindo, entre a teoria espectral dos valores próprios e o cálculo das variações, em termos de exaustiva minúcia e inexcedível perfeição.

E somos chegados, nesta brevíssima menção dos aspectos culminantes da análise variacional, à consideração dos *métodos topológicos,* concebidos por Poincaré, numa genial intuïção da grande proficuïdade da análise qualitativa, valorizados pela obra de Birkhoff e tantos outros, e adaptados nos últimos anos, à resolução dos problemas do Cálculo das Variações, principalmente por Morse, Lusternik e Schnirelmann. A concepção inicial, como já disse, é de Poincaré, ampliada por Hilbert, depois da criação do cálculo funcional.

A obra de Morse, a que êle chama *Cálculo das Variações no sentido largo,* apoia-se na consideração de *classes* de soluções das equações de Euler, definidas pela ordem mais elevada das derivadas existentes; de sistemas que coincidem com os seus *adjuntos;* e, sobretudo, no uso sistemático dos espaços riemannianos, para a representação das funcionais, o que permite a passagem do sentido *estreito* (ou diferencial) para o sentido *largo* dos problemas, com uma comodidade que não têm os espaços euclidianos, e que resulta, principalmente, do ajustamento do Cálculo absoluto à Análise funcional.

Nesta obra de Morse, os problemas de limites são de natureza topológica; e nela são esclarecidos numerosos resultados de Poincaré e Birkhoff.

A concepção de Lusternik e Schnirelmann, numa ordem de ideias semelhante, tem, contudo, uma metodologia diferente. E não lhe falta, no dizer de Hadamard, *a novidade e a extensão das perspectivas, o poder e a fecundidade das ideias.* Definido o conceito de *deformação* dum conjunto, num espaço abstracto qualquer, os autores chamam *imagem* dum conjunto fechado A, num espaço *compacto* R, a todo o conjunto fechado M tal que a todo o ponto de M corresponde *um e só um* ponto de A.

A correspondência é unívoca e contínua, podendo não ser biunívoca, nem bicontínua.

Classe topológica de conjuntos fechados, num espaço compacto, é uma família de conjuntos fechados com a seguinte propriedade: *Se a família contém um conjunto A, ela contém todos os que dêle resultam, por deformação, no espaço compacto considerado.* Por exemplo, o conjunto de tôdas as curvas fechadas, traçadas sôbre a esfera (curvas que podem, inclusivamente, passar por todos os pontos duma certa região, à maneira das curvas de Peano) é a *classe topológica* das *imagens do círculo* sôbre a esfera.

E, à custa dêste conceito de classe topoló-

gica, se demonstra o *princípio de existência do ponto estacionário.*

Outra definição : Se um conjunto fechado A, pertencente a R, pode *deformar-se* num ponto (ou é *homótopo* dum ponto, no dizer de Lusternik e Schnirelmann), sendo a deformação efectuada dentro do espaço R, diz-se que o conjunto A é de *primeira categoria,* em relação a R. Um conjunto fechado A, pertencente a R, é de categoria *k,* em relação a R, quando se póde decompôr em *k* conjuntos parciais fechados, cada um dêles de primeira categoria, em relação a R; mas a decomposição não é possível em *menos* de *k* conjuntos parciais, nas mesmas condições.

Pois bem: Se R *é uma multiplicidade sem fronteiras e de categoria k, em relação a si mesma, tôda a função, definida em R, tem nessa multiplicidade, k pontos estacionários.* E aí está como a teoria topológica permite determinar o número de soluções dum problema variacional. A êste *invariante,* a que chamaram *categoria* dum conjunto fechado, fazem os autores corresponder outro invariante topológico, a que chamam *categoria combinatória,* e que lhes permite aplicar, à teoria das categorias, os métodos conhecidos da topologia combinatória.

Não vou alongar esta breve referência (não tão breve que não seja, talvez, abusiva) a um dos domínios da análise que mais prometedores se antolham, em conhecimentos novos, e mais fecundos se têm revelado no esclarecimento de velhos problemas. Quero, apenas, acentuar ainda, que a êste mesmo formalismo topológico se reduzem, na mesma ordem de ideias que os relaciona com o cálculo das variações, os problemas de determinação espectral dos valores próprios. E observar também que a generalização do teorema de Weierstrasse, em que se afirma que o mínimo duma função, inferiormente semi-contínua, definida num espaço compacto, é atingido num ponto dêsse espaço, como atrás se disse, é já um critério topológico (dos mais simples) da análise variacional.

Todos estes progressos do Cálculo das Variações têm sido acompanhados por uma intervenção, cada vez maior, dos métodos variacionais na elucidação dos mais importantes problemas da ciência matemática. Seria incomportável pela estreiteza desta breve comemoração a simples referência das principais teorias da Análise, da Geometria e da Mecânica que devem ao Cálculo das Variações um benefício de forma, ou um acréscimo de vitalidade. Citarei alguns exemplos:

Na geometria diferencial, além das teorias das geodésicas e das superfícies mínimas, lembra logo a utilização, feita por Darboux, dos métodos variacionais, na resolução do problema da representação esférica e, conseqüentemente, da transformação das superfícies. E ainda o estudo das curvas fechadas que tornam mínimo um integral definido, e que tanto deve a Hadamard, Carathéodory, Radon, Birkoff, Morse, mencionando apenas alguns dos mais ilustres cultores dos métodos topológicos, depois de Poincaré.

Por sua vez, a teoria das superfícies mínimas é abrangida, com outras teorias da Análise, pela das equações elípticas não lineares, satisfazendo a certas condições nos limites, em cujo estudo os métodos variacionais são dum uso tão prestimoso como delicado, graças à obra de Schmidt, Lichtenstein e outros.

Com mais demorada atenção, meus Senhores, desejo pôr em relêvo os valiosos serviços que a análise variacional tem prestado à sistematização das teorias mecânicas; ao entendimento, numa linguagem comum (a do Cálculo das Variações), de doutrinas para as quais não seria fácil encontrar, sob outros auspícios, um mais perfeito regimen de convivência. Tão meritórios são êsses serviços, principalmente sob o aspecto formal, que, talvez, não haja nenhum algoritmo com mais larga capacidade de representação; e tanto bastaria para o nobilitar, se a sua capacidade criadora não estivesse sobejamente averiguada.

Ponho de parte, nesta minha referência, os problemas e teorias da mecânica clássica, por todos conhecidos, em que intervém a análise variacional: a determinação das braquistocronas, dos sólidos de revolução de menor resistência, os problemas de equilíbrio das funiculares e sistemas afins e ainda os princípios de mínima acção, de mínima curvatura, de mínima constricção, tão estreitamente relacionados, como se sabe, com o princípio variacional de

Hamilton. Quero apenas analisar a generalidade dêste último, como norma comum das novas mecânicas.

O princípio de Hamilton afirma que o movimento dum ponto, em relação a um dado sistema, entre dois instantes t_0 e t_1, é tal que as equações do movimento são as condições de estacionaridade do integral de Hamilton:

$$1) \quad \delta \int_{t_0}^{t_1} L \, dt = 0,$$

sendo a lagrangiana L uma certa função do tempo, das coordenadas e das componentes da velocidade do ponto móvel.

Ao criar-se a mecânica relativista, o princípio de Hamilton fàcilmente se adaptou aos novos conceitos, sob a forma

$$2) \quad \delta \int ds = 0,$$

sendo ds^2 a forma fundamental, definidora da métrica duma variedade riemanniana a quatro dimensões, que é o cronótopo, e da qual as linhas horárias são, portanto, as geodésicas.

Fàcilmente se adaptou, disse eu, porque a equação 2) não é uma simples tradução da equação 1) [1]. A aproximação dos dois princípios, o da mecânica clássica e o da mecânica relativista, é da ordem de $\left(\frac{v}{c}\right)^2$, sendo v a velocidade do ponto móvel e c uma constante *arbitràriamente grande*. Se há razões de ordem física que inculcam, para c, o valor da velocidade da luz, a possível invalidade futura dessas razões não perturba a legitimidade de adopção da forma 2) do princípio de Hamilton, com uma aproximação desejada, em relação à forma clássica, desde que se admita a existência dum limite superior c para as velocidades possíveis, o qual não será já a velocidade da luz, mas um número maior. De resto; sob o ponto de vista físico, o conceito duma velocidade limite superior é da mesma natureza restritiva daquele outro conceito, que serve de base às teorias quânticas: o duma limitada divisibilidade de energia.

[1]) Vidé, por exemplo, *Levi-Civita-Fondamenti di meccanica relativistica;* e o folhêto do autor, *Modernas concepções da mecânica.*

Seja como fôr, o que interessa à concepção relativista da mecânica, independentemente da teoria física, é a posse dum princípio fundamental com a forma 2), invariante (como invariante é o ds^2) para qualquer transformação de coordenadas no cronótopo; porque é nisso que consiste o princípio da relatividade geral.

Por outro lado, como advertiu Milner, o tipo de geometria a adoptar, para a descrição dos fenómenos, é arbitrário. Se um ponto descreve uma trajectória de estacionaridade, em relação a um princípio variacional $\delta \int d\,A = 0$, (onde $d\,A$ representa o invariante de *acção*), o seu movimento pôde, indiferentemente, interpretar-se em qualquer geometria. Com efeito

$$\delta \int d\,A = \delta \int \frac{d\,A}{ds} ds = \delta \int W \, ds,$$

qualquer que seja ds. E, portanto, $d\,A$ pôde ser factorisado, de qualquer maneira, em *gradiante de acção* $\frac{d\,A}{ds} = W$ *e intervalo* ds: o primeiro relacionado com o *campo de fôrças*, o segundo definindo a geometria do espaço. No *espaço-tempo plano* da mecânica clássica, fazendo $\frac{dA}{dt} = L$, a equação toma a forma

$$1) \quad \delta \int_{t_0}^{t_1} L \, dt = 0,$$ do princípio de Hamilton.

Na teoria da relatividade, fazendo $d\,A = ds$, toma a forma 2) $\delta \int ds = 0$, da equação variacional das geodésicas.

Na mecânica clássica, confere-se à função L o encargo de explicar o movimento não uniforme; na mecânica relativista, atribue-se essa incumbência à geometria, definida por ds. Mas, entre essas duas atitudes extremas, certamente as mais simples, há infinitas possibilidades de repartição do encargo pelos factores da acção: W e ds. Nessa concepção eclética cabem as leis dos fenómenos electromagnéticos, para os quais Milner mostrara anteriormente a subordinação a um princípio variacional: $\delta \int d\,A = \delta \int \frac{d\,A}{d\,V} d\,V = 0$, sendo $d\,V$ um elemento de volume a quatro dimensões;

visto que a densidade de acção $\frac{dA}{dV}$ especifica o campo (como mostra Milner) e o tipo de geometria do espaço pode definir-se a partir do elemento do volume dV.

Tudo isto se refere, bem entendido, a conexões riemannianas puramente *métricas:* totalmente definidas pela forma fundamental. Naquelas conexões sôbre as quais se tem procurado assentar uma teoria unitária dos fenómenos físicos, em obediência aos dois requisitos principais *de anular o tensor de curvatura,* para que o paralelismo seja *absoluto* e de *conservar as grandezas vectoriais,* dando origem a espaços *sem curvatura* e *com torsão,* no sentido de Cartan, a introdução dum princípio hamiltoniano é imediata. Assim sucede na Teoria de Einstein e Mayer, em que, embora a cada ponto de espaço se faça corresponder em espaço pentadimensional, a métrica do cronótopo é puramente riemanniana e, portanto, com as mesmas geodésicas dos espaços de Riemann; e assim acontece também no esbôço de teoria unitária que elaborei em 1933, (1) porque um dos dois transportes (covariante ou contravariante) satisfaz à mesma condição. Posteriormente, Schouten, na sua *Teoria projectiva da relatividade,* utiliza, igualmente, um princípio variacional que lhe permite estabelecer, dentro da teoria projectiva, a unificação das teorias gravitacional e electromagnética; mas, como a função lagrangiana do integral respectivo é a soma de duas parcelas invariantes, uma de origem geométrica e outra derivada da equação das ondas de Dirac, não resultando, portanto, dum mesmo princípio, *a teoria projectiva* (cito as palavras de Schouten) *é insuficiente para ligar aquelas duas teorias à teoria das ondas.*

Será necessário introduzir um princípio novo, se quisermos chegar à unificação completa de tôdas estas teorias. (2)

Entretanto, novos horizontes se desvendam à utilização dos métodos variacionais, com a concepção das Mecânicas Abstractas de Destouches. Foram os benefícios resultantes da consideração das funções de onda, da mecânica ondulatória ordinária, como vectores dum certo espaço funcional a infinitas dimensões, que sugeriram êste novo conceito, há bem poucos anos.

Verdade seja que estava criado o instrumento fundamental de realização, a linguagem e os métodos analíticos indispensáveis à elaboração duma mecânica abstracta, com a teoria dos espaços abstractos, devida principalmente a Fréchet.

Mas, nem por isso, é menos notável a estruturação duma Mecânica Geral Abstracta que Destouches faz seguir duma Física Geral Abstracta, ou Métamecânica, uma e outra utilizando os espaços abstractos mais gerais. Não é meu propósito expôr, mesmo resumidamente, as linhas gerais dessa estruturação, que Destouches iniciou com a sua *Thése* de 1933 e completou em trabalhos posteriores. (3) Quero apenas aludir àqueles elementos do raciocínio que directamente conduzem à utilização dos métodos variacionais.

Se já, dentro dos modelos clássicos, alguns espaços funcionais tinham sido usados, no estudo de certos problemas de hidrodinâmica, principalmente por Bouligand, e, posteriormente, por Métadier, na teoria do movimento browniano, é, sobretudo, nas mecânicas quânticas que êles se tornam indispensáveis auxiliares do raciocínio. Por isso, no dizer de Destouches, o conhecimento da teoria dos espaços abstractos de Fréchet é tão útil aos físicos da teoria dos quanta, como a teoria dos espaços de Riemann aos físicos da relatividade.

Abstracto é já o espaço de configuração da mecânica ondulatória de Schrödinger, embora ainda, em geral, a um número finito de dimensões.

Mas, bem cedo se reconheceu a conveniência, nessa primeira teoria ondulatória, como nas seguintes, de Pauli, Dirac, Superquantificação, etc., de considerar o espaço funcional das funções de onda, que são, como se sabe, funções dos pontos do espaço configurativo, satisfazendo à equação das ondas, e a partir das quais se calculam as probabilidades das grandezas mecânicas.

(1) Vidé — *Modernas concepções da Mecânica e Rendiconti* da Academia dos Linces.

(2) Vidé — Annales de l'Institut Henri Poincaré, fas. I, vol. V, 1935: *La Théorie projective de la relativité,* par I. A. Schouten.

(3) Vidé também o folhêto do autor *Distância e vizinhança* (1935).

Essa conveniência resulta do facto de poderem ser os operadores, de cada uma dessas teorias, considerados como transformações no espaço das respectivas funções de onda.

E ainda da circunstância, averiguada por Destouches, à custa duma generalização dos teoremas de Dirac-Fock, de ser *tôda a mecânica ondulatória equivalente a uma mecânica pontual, no espaço das respectivas funções de onda.*

Ora, *o espaço das funções de onda é sempre um espaço de Hilbert,* como mostrou o mesmo Destouches (pelo menos, naquelas mecânicas ondulatórias que até agora tem sido necessário considerar).

E a mecânica pontual dos espaços de Hilbert, como a mecânica dos espaços pluridimensionais, possue um grande número de propriedades da mecânica clássica. Assim:

a) Podem definir-se, no espaço de Hilbert, sistemas ortogonais;

b) Pode generalizar-se o método do triedro móvel de Darboux, com todos os benefícios da moderna análise de Cartan;

c) A quantidade de movimento é um vector;

d) Pode determinar-se fàcilmente uma função lagrangiana, à custa da qual se constroe um princípio de Hamilton.

E aqui temos nós como os fenómenos, de que se ocupam as mecânicas ondulatórias, podem ser descritos pelos métodos do Cálculo das Variações, no espaço hilbertiano das respectivas funções de onda.

Dou por finda, meus Senhores, esta breve peregrinação pelos domínios da especulação matemática em que hoje intervém a análise variacional, e esta reduzida menção dos seus triunfos, dos seus progressos, da sua inexgotável capacidade de representação, do seu poder unificador, e por conseqüência, da sua alta valia algoritmica. Estamos bem longe daqueles primeiros passos que lhe fêz dar Lagrange, como seu principal sistematizador.

Mas as pégadas incertas dêsse seu longínquo caminhar infantil são, ainda hoje, seguros elementos de identificação, sinais incontestáveis de perdurabilidade duma das mais felizes inspirações do pensamento científico. Aperfeiçoaram-se os métodos, alargaram-se os campos, disciplinou-se a doutrina, *pari passu* com o vertiginoso progredir da análise matemática, nos últimos cem anos. Mas a concepção inicial ficou. Mais ainda: revelou imprevistas possibilidades, derimiu contendas, ajustou teorias, orientou críticas. Esclareceu, dirigiu e unificou. Foi norma e foi penhor. Foi lei e foi juiz. Bem haja a memória de Lagrange!

O número especial da «TÉCNICA»

Desde fim de Julho passado, ocasião em que a nova direcção foi encarregada da Revista, que temos trabalhado na organização do número especial, comemorativo da inauguração das novas instalações do Instituto e do 25.º aniversário da fundação dêste.

Inserimos, a seguir, uma parte do programa do referido número que, porventura, algum dos nossos leitores desconheça.

5) Artigos de engenheiros, sôbre a acção social do Instituto, desde a sua fundação até hoje.

7) Fotografias de obras de engenharia efectuadas por engenheiros I. S. T., quer em exclusividade, quer em colaboração com engenheiros de outras Escolas.

Contamos publicar o número especial, a seguir a êste, motivo por que pedimos a todos aqueles a quem nos dirigimos, e ainda não nos enviaram os seus originais, o favor de o fazerem o mais ràpidamente possível, para a nossa Redacção.

Cálculo de arcos encastrados simétricos, submetidos a quaisquer cargas verticais

POR ALBERTO **ABECASIS**
(DO CURSO DE ENGENHARIA CIVIL)

Como é sabido, para calcular um arco elástico, precisamos conhecer três quantidades que dependem da elasticidade do arco, quer sejam os dois momentos de encastramento e a impulsão, quer sejam as reacções vertical e horizontal de um apoio e o correspondente momento de encastramento.

Consideremos êste último caso; precisamos então de conhecer, chamando A ao apoio da esquerda: R_A = reacção vertical, Q = impulsão e μ_A = momento de encastramento.

Estas três incógnitas são geralmente achadas a partir dos teoremas de Castigliano, considerando a deformação do arco ou o trabalho que lhe corresponde.

Vou mostrar, porém, que o cálculo destas três incógnitas pode reduzir-se ao de uma única, e que se conhecer Q tenho resolvido o problema do arco.

1.º teorema:

«A reacção vertical no apoio A de um arco encastrado simétrico submetido a cargas verticais é igual à reacção vertical no apoio a correspondente, duma viga simplesmente apoiada, com o mesmo vão e submetida às mesmas cargas, acrescida da diferença dos momentos de encastramento em A e B dividida esta diferença pelo vão».

Considero os momentos positivos no sentido das agulhas de um relógio e momentos de encastramento positivos os que tendem a abaixar o arco.

Quer dizer

$$R_A = R_a + \frac{\mu_B - \mu_A}{l}$$

Suponhamos então o arco encastrado simétrico e suponhamos conhecidos todos os seus elementos.

A impulsão no apoio A estará situada num ponto P_A tal que $Q \times h = -\mu_A$ sendo h a distância na vertical de P_A ao apoio A; da

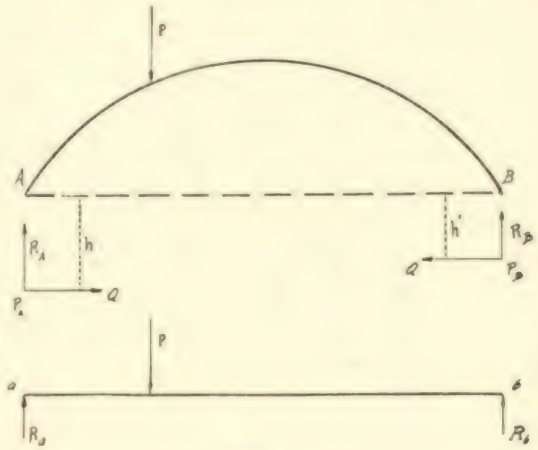


Fig. 1

mesma forma teremos Q no apoio B aplicada em P_B tal que $P_B\ B = h'$ e que $Q \times h' = -\mu_B$

Visto isto tomaremos momentos de tôdas as fôrças actuando sôbre o arco em relação ao apoio B, teremos, chamando M_p ao momento, em relação ao dito apoio, das fôrças exteriores

$$R_A \times l - M_p - Q \times h + Q \times h' = o$$

ou ainda

$$R_A \times l - M_p = \mu_B - \mu_A \quad (1)$$

Consideremos agora a viga simplesmente apoiada e submetida às mesmas cargas, com o mesmo vão. Se chamarmos R_a à reacção do apoio *a* correspondente a A, teremos, tomando momentos em relação ao apoio b

$$R_A \times l - M_p = o \quad (2)$$

em que M_p é o mesmo da fórmula (1) por as cargas serem as mesmas.

Subtraiamos uma da outra estas duas equações; vêm:

$$(R_A - R_a) \times l = \mu_B - \mu_A$$

$$\text{ou } R_A - R_a = \frac{\mu_B - \mu_A}{l}$$

ou ainda como queriamos demonstrar

$$R_A = R_a + \frac{\mu_B - \mu_A}{l}$$

Portanto se conhecermos a diferença $\mu_B - \mu_A$, teremos R_A. Ora esta diferença pode ser conhecida sem recorrer à hiperstaticidade do arco.

2.º teorema:

Êste teorema vem deduzido no livro «Resistance de Materiaux» de Ernest Aragon.

«O momento flector num ponto qualquer de um arco encastrado, é igual ao momento flector desenvolvido no ponto da mesma abcissa da viga encastrada correspondente, diminuido do produto da impulsão pela ordenada do ponto considerado do arco em relação à linha de fecho do mesmo arco».

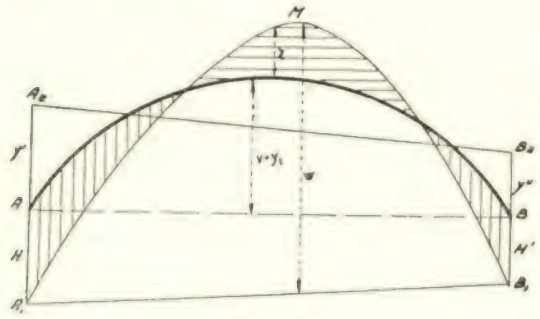


Fig. 2

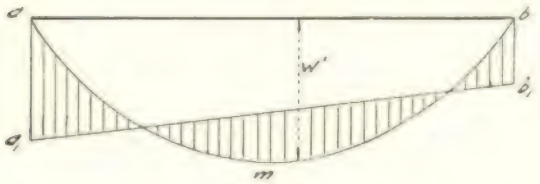


Fig. 3

Poderia seguir a demonstração feita por Aragon. Vou porém demonstrar êste teorema a partir das propriedades gráficas dos funiculares.

Consideremos o arco encastrado, e suponhamos já conhecida e desenhada a curva das pressões e portanto conhecidos os momentos de encastramento μ_A e μ_B e a impulsão Q. Unamos os pontos A_1 e B_1 limites da linha das pressões.

Como já sabemos, a área dos momentos negativos deverá ser igual às dos positivos, como o exige o equilíbrio do arco, isto é, as áreas tracejadas vertical e horizontalmente deverão ser iguais. E por elas serem iguais, também o deverão ser as áreas, (A_1 A arco B B_1 A_1), e (A_1 M B_1) formadas juntando às anteriores a parte não tracejada.

Ora a área (A_1 A arco B B_1 A_1) é igual a $S + \frac{H + H'}{2} \times l$ chamando S à área limitada pelo arco e sua corda.

Chamemos S_1 à área (A_1 M B_1) então teremos

$$S + \frac{H + H'}{2} \times l = S_1$$

Desenhemos agora a curva das pressões e a correspondente linha de fecho para a viga encastrada com o mesmo vão e submetida às mesmas cargas. Esta linha será desenhada com uma distância polar Q', enquanto que a curva de pressões do arco foi desenhada com uma distância polar Q.

Seja S'_1 a área (a m b), limitada pela viga e pelo polígono funicular.

Tanto A_1 M B_1 como a m b são polígonos funiculares correspondentes ao mesmo sistema de fôrças mas traçados com distância polar diferente, portanto teremos

$$S_1 \, Q = S'_1 \, Q' \qquad \text{ou} \qquad S_1 = S'_1 \frac{Q'}{Q}$$

Substituindo

$$S + \frac{H + H'}{2} \times l = S'_1 \frac{Q'}{Q}$$

e multiplicando por Q

$$S \, Q + \frac{\mu_A + \mu_B}{2} \times l = S'_1 \, Q'$$

Mas pelas propriedades do equilíbrio da viga encastrada nós sabemos que as áreas (a m b) e (a a_1 b_1 b) devem ser iguais, logo

$$S'_1 Q' = \frac{\mu_a + \mu_b}{2} \times l$$

sendo μ_a e μ_b os momentos de encastramento da viga.

Substituindo vem:

$$SQ + \frac{\mu_A + \mu_B}{2} \times l = \frac{\mu_a + \mu_b}{2} \times l$$

Chamemos y' e y'' 2 valores quaisquer tais que satisfaçam, (como é possivel achar) a

$$\mu_A = \mu_a - Qy' \qquad \mu_B = \mu_b - Qy''$$

e substituamos, (marcando prèviamente estes valores, supostos conhecidos, no arco e unindo, teremos a linha A_2 B_2).

$$S\,Q + \frac{\mu_a + \mu_b}{2} \times l - Q\frac{y' + y''}{2} \times l = \frac{\mu_a + \mu_b}{2} \times l$$

ou $SQ = Q\frac{y' + y''}{2} \times l$ e ainda $S = \frac{y' + y''}{2} \times l$

Quer dizer estes valores y' e y'' satisfazem a condição, da área do trapézio por eles definido, isto é (A A_2 B_2 B) ser igual à área subtendida pelo arco.

Vamos demonstrar que eles satisfazem ainda a outra condição:

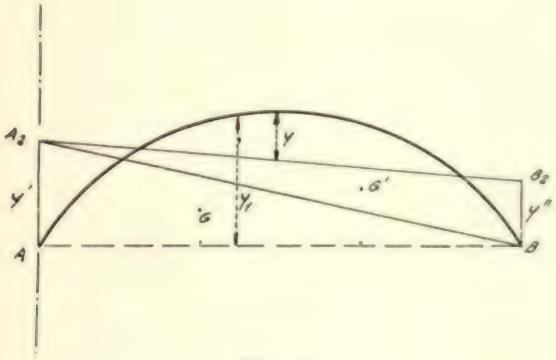


Fig. 4

Suponhamos o caso geral de arco qualquer e portanto $y' \neq y''$

Consideremos a área do triângulo (A A_2 B) concentrada no seu centro de gravidade e o mesmo para a área do triângulo (A_2 B_2 B).

Achemos a soma dos momentos estáticos destas áreas em relação a um eixo vertical passando por A; teremos

$$M_1 = \frac{y' \times l}{2} \times \frac{l}{3} + \frac{y'' \times l}{2} \times \frac{2}{3} l = \frac{y' l^2}{6} + \frac{y'' l^2}{3}$$

Consideremos agora o momento em relação ao mesmo eixo da área subtendida pelo arco. Sendo y_1 a ordenada do arco em relação à corda teremos

$$M'_1 = \int_0^l y_1 \, x \, dx$$

Mas, sendo y a ordenada do arco em relação a linha A_2 B_2 teremos

$$y_1 = y + y'\left(1 - \frac{x}{l}\right) + y''\frac{x}{l} \qquad \text{(A)}$$

logo

$$M'_1 = \int_0^l \left[y + y'\left(1 - \frac{x}{l}\right) + y''\frac{x}{l} \right] x \, dx =$$

$$= \int_0^l y \, x \, dx + y' \int_0^l \left(1 - \frac{x}{l}\right) x \, dx + y'' \int_0^l \frac{x^2}{l} dx =$$

$$= \int_0^l y \, x \, dy + y'\frac{l^2}{6} + y''\frac{l^2}{3} \qquad \text{(B)}$$

Antes de seguir, adiante vou demonstrar que o momento M num ponto do arco é igual ao momento μ num ponto da viga encastrada menos o produto da impulsão Q pela ordenada y

$$M = \mu - Qy$$

sendo y a valor já definido,
com efeito

$$M = Qz = Qw - Qv - \mu_A\left(1 - \frac{x}{l}\right) - \mu_B\frac{x}{l}$$

substituindo $v = y_1$ pelo seu valor (A)

$$M = Qw - Qy - Qy'\left(1 - \frac{x}{l}\right) - Qy''\frac{x}{l} -$$

$$- \mu_A\left(1 - \frac{x}{l}\right) - \mu_B\frac{x}{l}$$

e substituindo $\mu_A = \mu_a - Qy'$ $\mu_B = \mu_b - Qy''$

$$M = Qw - Qy - \mu_a\left(1 - \frac{x}{l}\right) - \mu_b\frac{x}{l}$$

mas $Qw = Q'w'$ logo:

$$Qw - \mu_a\left(1 - \frac{x}{l}\right) - \mu_b \frac{x}{l} = \mu = \text{momento}$$

na viga encastrada e portanto $M = \mu - Qy$ como queríamos demonstrar.

Uma vez demonstrado isto, voltemos a (B), de $M = \mu - Qy$ tiramos

$$y = \frac{\mu - M}{Q}$$

e substituindo no integral

$$\int_0^l y\,x\,dx = \frac{1}{Q}\int_0^l \mu\,x\,dx - \frac{1}{Q}\int_0^l M\,x\,dx$$

mas ambos estes integrais são nulos pelas condições de equilíbrio do arco e da viga encastrada e, portanto $\int_0^l y\,x\,dx = 0$

$$M'_1 = y'\frac{l^2}{6} + y''\frac{l^2}{3} = M_1$$

Temos então que as áreas: S, limitada pelo arco e a corda e (AA_2B_2B) definida pela linha de fecho $y'y''$, cumprem as seguintes condições:

1.ª Ambas as áreas são iguais.

2.ª Ambas as áreas têm o mesmo momento estático em relação a um eixo.

Isto quer dizer que se o arco fôr uma curva funicular, a linha A_2B_2 é a linha de fecho dessa curva funicular e só depende da forma da curva e não das cargas. Dado o arco, conhecemos automàticamente a linha de fecho A_2B_2 que se achará por qualquer dos processos clássicos para achar a linha de fecho duma funicular, dada essa funicular.

No caso particular do arco simétrico, esta linha de fecho é horizontal e $y' = y'' = \frac{S}{l}$

Esta dedução que só nos interessa secundàriamente, foi feita para definir linha de fecho dum arco, independentemente da elasticidade do arco.

3.º teorema:

«A diferença dos momentos de encastramento $\mu_B - \mu_A$ no arco encastrado simétrico submetido a cargas verticais é igual a diferença $\mu_b - \mu_a$ dos momentos de encastramento da viga encastrada correspondente».

Como vimos:

$$\mu_A = \mu_a - Qy'$$
$$\mu_B = \mu_b - Qy''$$

No caso de arco simétrico

$$y' = y''$$

logo

$$\mu_A = \mu_a - Qy'$$
$$\mu_B = \mu_b - Qy'$$

e portanto

$$\mu_B - \mu_A = \mu_b - \mu_a$$

como queríamos demonstrar.

Introduzindo êste valor nas conclusões do 1.º teorema, teremos

$$R_A = R_a + \frac{\mu_b - \mu_a}{l}$$

e teremos achada as reacções verticais independentemente da elasticidade do arco.

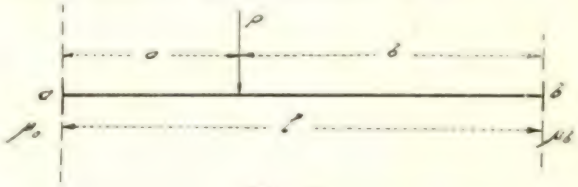


Fig. 5

Os valores de μ_a e μ_b são muito fáceis de achar. Com efeito, consideremos a viga encastrada representada submetida a uma carga concentrada P na posição indicada. Como sabemos, os momentos de encastramento por esta carga produzidos são:

$$\mu_a = -\frac{Pab^2}{l^2} \qquad \mu_b = -\frac{Pa^2b}{l^2}$$

Suponhamos que em lugar duma carga concentrada tivessemos uma carga p distribuïda segundo uma certa lei, $p = f(x)$; (se fôr uniformemente distribuïda será p=cte) e actuando entre 2 pontos x_0 e x_1; os momentos de encastramento serão, neste caso, dados por

$$\mu_a = -\int_{x_0}^{x_1} p\,\frac{ab^2}{l^2}\,dx \qquad \mu_b = -\int_{x_0}^{x_1} p\,\frac{a^2b}{l^2}\,dx$$

em que a e b são as distâncias de um ponto genérico aos apoios; estas distâncias exprimir-se-ão em função de x e integrando teremos os momentos de encastramento e portanto a sua diferença, qualquer que seja a forma de distribuïção da carga sôbre a viga encastrada.

Vamos então ver como procederíamos para o cálculo do arco, uma vez conhecida a impulsão.

1) Acharíamos y' que vem dado pelo cociente da área, subentendida pelo arco e sua corda, dividida pelo vão l.

2) Acharíamos os momentos de encastramento μ_a e μ_b.

3) Acharíamos a reacção do apoio A suposta a viga simplesmente apoiada.

4) Acharemos $\mu_A = \mu_a - Qy'$.

5) Acharemos $R_A = R_a + \frac{\mu_b - \mu_a}{l}$

E temos conhecidas as reacções vertical e horizontal, ou impulsão, num apoio e o momento de encastramento correspondente, podendo a partir destes valores achar os esforços num ponto qualquer do arco.

Para calcular a impulsão podíamos adoptar a fórmula abreviada de Muller-Breslau desprezando os trabalhos devidos aos esforços normais e transversos.

As pontes, principalmente as de alvenaria, calculam-se primeiro para a ponte cheia, e depois para a ponte meio cheia.

Ora vou mostrar como, uma vez calculada a ponte cheia, podemos passar para a ponte meio cheia, muito simplesmente.

Se eu conhecer o momento flector e os esforços normal e transverso no fecho do arco no caso da ponte meio carregada, terei levantada a hiperstaticidade do arco.

Vou mostrar que o momento flector no fecho no caso da ponte meio carregada é igual a metade do momento flector no mesmo ponto no caso da ponte totalmente carregada.

Vou mostrar também que a impulsão no caso da ponte meio carregada é igual a metade da impulsão no caso da ponte totalmente carregada. Já sabemos que o esfôrço normal no fêcho é igual à impulsão, no caso do arco simétrico.

Ora nós sabemos que: No caso de existirem sôbre um arco só cargas verticais, as impulsões sôbre ambos os apoios, são iguais, quaisquer que sejam estas cargas e qualquer que seja a sua distribuïção.

Conhecemos também o princípio da sobreposição dos efeitos.

Conhecido isto, consideremos o arco ideal sem pêso próprio e carreguemos a metade da direita com uma carga determinada, estando a metade da esquerda descarregada, produzir-se-à em ambos os apoios uma impulsão igual a Q'.

Suponhamos agora carregada com a mesma carga auterior a metade da esquerda do arco, estando descarregada a metade da direita, produzir-se-à uma certa impulsão Q'' igual em ambos os apoios; por simétria será $Q' = Q''$.

Sobreponhamos ambas as cargas, isto é, considerando o arco totalmente carregado; a impulsão agora produzida será: $Q = Q' + Q'' = 2Q' = 2Q''$, portanto $Q' = Q'' = \frac{1}{2}Q$.

«A impulsão para o arco meio carregado é exactamente a metade da impulsão no caso do arco totalmente carregado».

Ficamos, portanto, conhecendo o esfôrço normal no fêcho que é igual à impulsão.

O momento flector no fecho, no caso do arco meio carregado, é exactamente a metade do momento flector, no mesmo ponto, no caso do arco totalmente carregado. Para ver isto bastava examinar o processo de cálculo de arcos (Magnel) a partir das linhas de influência, e ver-se-ia que a linha de influência de momentos flectores no fecho é simétrica em relação a êsse ponto.

Poderíamos também partir da fórmula $M = \mu - Qy'$ em que y' é o mesmo em ambos os casos sendo Q metade num caso do que é no outro, e demonstrar que μ também é metade num caso do que é no outro, o que se conseguiria, fazendo um raciocínio idêntico ao que fizemos para a impulsão.

Conhecemos, então já, o momento flector e o esfôrço normal no fecho para conseguir levantar a hiperstaticidade resta-nos achar o esfôrço transverso no mesmo ponto.

Suponhamos a ponte meio carregada e sejam R_A e R_B as reacções dos apoios, claro está, que o esfôrço transverso T_O no fecho é igual a R_B, posto que, entre êste ponto e o apoio B não existe fôrça nenhuma. Para conhecer R_B podemos recorrer ao mesmo processo que utilizamos para achar as reacções no caso geral, isto é,

$$R_B = R_b + \frac{\mu_a - \mu_b}{l}$$

sendo R_b a reacção do apoio B no caso da viga simplesmente apoiada.

Temos então com êstes 3 elementos levantada a hiperstaticidade do arco.

Suponhamos ainda o caso do arco carregado na sua metade direita de um pêso determinado e na sua metade da esquerda com outro pêso diferente (quer sejam distribuídos segundo o arco ou segundo a corda ou de qualquer ma-

neira). Então a impulsão será igual à soma das impulsões correspondentes a ambos os meios arcos carregados, isto é, chamando Qp a impulsão do arco totalmente carregado com o pêso p

$$Q = {}^1/_2\, Q_p + {}^1/_2\, Q_{p_1}$$

o momento flector também será:

$$M = {}^1/_2\, M_p + {}^1/_2\, M_{p_1}$$

O esfôrço transverso também será conhecido se conhecermos uma das reacções que podemos achar pelo processo indicado.

Êste último caso é o caso do cálculo da ponte meio cheia ou meio carregada, pois dum dos lados existe sòmente o pêso próprio da ponte e estrutura e do outro: êste mais a sobrecarga.

Se em lugar de querermos os esforços no fecho, quisermos achar os esforços no apoio A, isto é a impulsão, a reacção vertical e o momento de encastramento, também seria simplicíssima a resolução do caso.

Já conhecemos a impulsão e a reacção vertical, restava conhecer o momento de encastramento. Ora aplicando um raciocínio análogo ao que fizemos para achar a impulsão, veríamos que a soma de ambos os momentos de encastramento, isto é, $\mu_A + \mu_B$ será igual a $\mu_{PA} + \mu_{P1A}$ chamando μ_P e μ_{P1} os momentos de encastramento produzidos no caso de termos todo o arco carregado com as cargas p, para o primeiro e p_1 para o segundo.

Conhecemos então $\mu_B + \mu_A$.

Conhecemos também a diferença que já vimos era igual a $\mu_b - \mu_a$ sendo μ_b e μ_a os momentos de encastramento na viga submetida às mesmas cargas.

Conhecida a soma e a diferença temos:

$$\begin{cases} \mu_A + \mu_B = \ldots \\ \mu_A - \mu_B = \ldots \end{cases}$$

Sistema que nos permite achar μ_A e μ_B ficando assim resolvido o problema.

Lisboa, Abril de 1936.

Engenheiros através do "Diário do Govêrno"

ERRATA

(Técnica n.º 78)

Páginas	Colunas	Linhas	Onde se lê	Leia-se
533	1.ª	37	é que	a que
Quadro I	1.ª	penúltima	oficina de serralharia	oficina de serralharia (1.ª parte)
Quadro II	2.ª	7	(*a*) Termodinâmica	(*s*) Termodinâmica
»	2.ª	13	desenho topográfico (P. C.)	Desenho topográfico (F. C.)
Quadro III	1.ª	19	Geradoras	Geradores
Quadro V	2.ª	30	Desenho de máquinas (F. G.)	Desenho de máquinas (F. C.)
542	1.ª	3	27 de Dezembro	23 de Dezembro
542	1.ª	22	n.º 19:344	n.º 19:334
542	2.ª	45	Decreto n.º 29:893	Decreto n.º 20:893
543	2.ª	45	Decreto-lei n.º 23:338	Decreto-lei n.º 23:388
544	1.ª	46	de 1 de	de 21 de
544	1.ª	56	2 de Agôsto	27 de Julho
544	2.ª	39	Decreto n.º 4:269	Portaria n.º 4:269
546	1.ª	35	Decreto n.º 20:308	Decreto n.º 20:328
546	1.ª	43	31 de Outubro	21 de Outubro
546	2.ª	19	Decreto n.º 23:524	Decreto-lei n.º 23:524
546	2.ª	41/42	«Diário do Govêrno», de Outubro de 1911	«Diário do Govêrno», n.º 141, de 16 de Outubro de 1911
548	1.ª	2	30 de Maio	20 de Maio
548	2.ª	6	19 de Dezembro	19 de Novembro
548	2.ª	41	n.º 260, de 7 de Novembro	n.º 218, de 19 de Setembro
550	2.ª	49	2 de Julho	2 de Junho
551	2.ª	8	Decreto n.º 5:787-44	Decreto n.º 5:787-4 U
551	2.ª	12	idem	idem
551	2.ª	23	idem	idem
553	1.ª	46	20 de Julho	20 de Junho
554	2.ª	37	de 16	de 26
557	1.ª	54	Outubro de 1933	Outubro de 1923

Estatística das Instalações Eléctricas em Portugal

Fiéis a um útil costume e ajudados pela amabilidade do sr. Prof. Ferreira Dias, publicamos os dados mais interessantes desta estatística.

Quem tiver lido os relatórios dos últimos anos e os comparar com o de 1935, notará alguma coisa interessante. Até aqui era apresentada a estatística pela Direcção dos Serviços Eléctricos e êste ano foi-o pela Junta de Electrificação Nacional. Que significará isto? Apenas mudança de rótulo? Não.

Chamavam a atenção com insistência os relatórios dos anos anteriores para a urgência de uma organização nacional da electricidade e apontavam os inconvenientes da inércia. Porém, a organização nunca vinha e por fim já se chamava aflitivo ao estado das coisas. A formação da Junta de Electrificação Nacional representa o rasgar da teia que prendia e dificultava essa organização. Criou-se um organismo autónomo e com plenos poderes que já está e dentro do próximo ano estará, organizando e centralizando com energia e decisão os serviços de electrificação em Portugal. A anarquia desaparecerá dentro em breve — os regulamentos multiplicam-se. O problema das tarifas será regulamentado corajosamente e com visão superior; dentro de poucas semanas será publicado o primeiro regime tarifário degressivo que se aplica em Portugal.

O que se vai fazer di-lo incisivamente o relatório que precede a estatística. E para finalizar êstes breves esclarecimentos, recortemos dele uma frase cujo significado convém ressaltar: «Voltamos a ter alguma fé» — E a fé não ha-de esmorecer, certamente, porque se entrou no caminho das realizações.

RELATÓRIO

Correm várias opiniões sôbre o poder dos números. Asseveram uns que lhes pertence o govêrno do mundo; dizem outros que antes deixam ver como êle é governado; há quem repita a banalidade de que os números falam, e há quem os leia sem perceber o que significam.

O certo é que a lição dos números nunca se oferece bem nítida ao conhecimento dos homens. Quer se procure tirar dela uma visão retrospectiva, quer, principalmente, se procure extrapolar na previsão do desconhecido, colhe-se, quási sempre como resultado uma imagem desfocada, que a irregularidade dos fenómenos sociais ou económicos não deixa precisar.

Demais, são de sobejo conhecidos os êrros de diversa índole que podem falsear um valor estatístico; e daí o exagêro sofista de chamar mentira à estatística e tempo perdido ao seu estudo.

Mas se abandonarmos os extremismos, fundamentalmente destrutivos, e nos colocarmos na zona do razoável no espectro do pensamento, veremos atribuir à estatística cuidada e oportuna valor incalculável na vida da colectividade. Por isso a Junta de Electrificação Nacional, a três meses da sua posse, traz a público a *Estatística das Instalações Eléctricas* relativa ao ano de 1935, com o mesmo desvêlo que lhe dedicaram os organismos que a antecederam.

Na verdade, a Junta difere apenas dêsses organismos em não poder atribuir a outrem a

culpa do que não fizer. Faz-se esta confissão por dois motivos: porque a outros servirá de exemplo, que não parece mau, e porque à própria Junta servirá de estímulo quando sentir mais forte a resistência do meio.

*
* *

Ao encarar-se a multidão de problemas novos que os últimos anos viram nascer e enfrentar em Portugal quási se duvida de que a origem comum de todos êles seja uma ideologia política mais nacionalista, criada e servida por homens de melhor têmpera. A alguns parece que não basta a causa para explicar a extensão do efeito.

Mas, mesmo que queira atribuir-se à marcha imparável do tempo o germinar de algumas destas questões, há que reconhecer o ambiente novo em que vivemos, como se tivéssemos mudado de clima no domínio das ideas. E o clima condiciona a vida.

Há uma dúzia de anos o problema da energia — e falamos dêste porque nos interessa — tinha já em todo o mundo a importância que hoje tem, mas levantá-lo em Portugal seria temeridade que caïria na indiferença ou no ridículo, como se fôsse tentativa de cultivar planta exótica.

Correm as cousas no presente de maneira diversa. Na linguagem oficial fala-se de assuntos novos; parece que o *habitat* da civilização europeia se estendeu até à ponta de sudoeste, onde começam a mostrar-se, talvez ainda insuficientemente vincados, os seus frutos materiais e espirituais.

As propostas de lei n.os 7 e 82 (respectivamente da Reconstituïção Económica e dos Petróleos Brutos), apresentadas pelo Govêrno, os pareceres da Câmara Corporativa a que deram origem, relatados pelo engenheiro Prof. Vicente Ferreira, e os decretos-leis n.os 22 788 e 26 470, que criaram o Instituto Português de Combustíveis e esta Junta, mostram que o problema da energia, mais do que uma idea aceite, é uma preocupação dos poderes públicos; e se algumas vozes afirmam que tal problema não existe entre nós — e sabemos que essas vozes se levantam — elas deixam ver quási sempre quanto é agradável o comodismo de algumas situações criadas.

Às vezes não é por mal que se diz mal; diz-se porque se não pensa, ou porque se não percebe, ou porque se acha fácil e bonito ter ideas de oposição quando se não tem responsabilidade naquilo que se afirma. No fundo, um defeito de raça, que o norte da Europa quási desconhece, e mais um embaraço que se espera vencer.

*
* *

Ainda não se atingiu neste volume da *Estatística* a perfeição desejada e de que sempre procurámos aproximar-nos. Todos os anos, tanto quanto o permitem o tempo e as circunstâncias, se tem alargado o seu âmbito a novos pormenores. Inclue-se êste ano na parte I, no capítulo da *Produção*, um quadro da produção mensal das instalações de serviço público, permitindo seguir a influência das estações na distribuïção relativa da hidro e termo-electricidade; nos *Gráficos Estatísticos* deu-se tradução gráfica a esta variação mensal; na *Distribuïção* ampliou-se o quadro das tensões com o número de consumidores alimentados por cada uma delas; na *Exploração* incluiu-se um quadro com indicação dos desastres pessoais provocados pela exploração eléctrica.

Na parte II fixámos a freguesia como a área mínima em relação à qual se indicam os consumos. Não há necessidade de ir mais além; todavia damos sempre indicação das povoações servidas. Também neste quadro de consumo incluímos o número e potência dos receptores em iluminação particular, iluminação pública e fôrça motriz. São números seguramente imprecisos em muitos casos, pela dificuldade de o distribuidor acompanhar tôdas as alterações da instalação do consumidor.

Talvez mais que nos anos anteriores, foi particularmente laboriosa a organização dêste volume. À medida que se procura aumentar o número de elementos colhidos aumenta o número de respostas erradas e aumenta o número de pessoas que não percebem o que se pede, apesar da preocupação de clareza com que se redigem as preguntas. Não se têm aplicado as sanções que a lei prevê para estes casos; tem parecido mais humano ensinar pacientemente os que não sabem, embora à custa de canseiras, e aguardar que a valorização dos

técnicos e a mudança de organização confiem a mãos idóneas estas cousas de electricidade, que são muito simples, mas onde os curiosos geralmente fraquejam.

*
* *

Façamos um resumo do que se pode inferir dos números desta *Estatística* e do mais que com isto se liga.

POTÊNCIA INSTALADA. — Não sofreu alteração durante o ano de 1935 o número total de centrais eléctricas, que atinge a cifra elevada de 603; houve uma deminuïção de 6 nas de serviço público e um aumento de 7 nas de serviço particular.

Estes números precisam de ser esclarecidos para bem se compreenderem. Por seu lado, não deve interpretar-se a constância do número total como paralisação da montagem de novas centrais, mas sim como equilíbrio entre o número das que se estabeleceram e o das que se desmontaram. Êste movimento deu-se quási exclusivamente no serviço particular, onde se estabeleceram 22 novas instalações.

Por outro lado, deve ter-se em conta a influência de novo arranjo estatístico. Reconheceu-se a vantagem de alterar um pouco o critério com que anteriormente se agrupavam as centrais em públicas e particulares, e é por vezes difícil separar com nitidez estas duas categorias, porque não se encontra norma segura de classificação nem na natureza do serviço nem na situação jurídica.

Quanto ao primeiro ponto, encontram-se centrais prestando simultâneamente serviço particular e público nas mais variadas percentagens; e esta situação, se às vezes tem alguma lógica, quando uma instalação privada abastece povoações vizinhas, na falta de produtor público, resulta outras vezes da falta de lógica com que se concederam licenças. Quanto à situação jurídica, o aspecto é confuso; há instalações antigas em regime mal definido, há centrais concedidas, há centrais apenas licenciadas e há uma legislação hidráulica nem sempre conexa com a legislação eléctrica.

Há instalações particulares, com certo espírito de amadorismo, vendendo às rêdes públicas a energia sobrante, em concorrência pouco aceitável com os produtores profissionais, e há as perturbações do serviço público, às vezes sem remédio imediato, nascidas das mil contingências que podem afectar a vida de uma emprêsa privada não concessionária do Estado e, conseqüentemente, alheia a certas obrigações.

Espera-se harmonizar tudo isto, definindo sem ambigüidade o público e o particular e regulando concretamente seus direitos e deveres. Até lá tem a *Estatística* de se orientar pelo que parecer mais razoável.

Até ao presente consideravam-se como de serviço público tôdas as centrais que, muito ou pouco, alimentavam rêdes públicas. Mas, como esta norma está pouco de acôrdo com o critério que pensa vir a seguir-se, resolveu-se modificá-la êste ano.

Criar um grupo de centrais mixtas não pareceu defensável, porque êsse grupo estaria longe de representar uma categoria bem definida de instalações; seria apenas uma classificação formal para reünir objectos destituídos de analogia formal. Procedeu-se, por isso, de outra maneira: mantiveram-se na categoria de serviço público as centrais que, embora de índole privada, fazem directamente distribuïção e consideraram-se como particulares as que se limitam a fornecer a entidades distribuïdoras a parte da energia destinada ao serviço público. Com êste critério passaram a incluir-se no serviço particular 6 centrais até agora consideradas de serviço público.

Se o número de centrais ficou constante no decorrer de 1935 o mesmo se não pode dizer nem do número de máquinas montadas nem da potência instalada. Aquele número subiu de 931 a 962 e a potência passou de 211 a 233 milhares de kW. A potência média subiu para 385 kW por central e 242 kW por máquina.

Contràriamente ao que sucedera nos dois anos anteriores, entraram em exploração em 1935 algumas máquinas de potência relativamente importante, às quais se deve o aumento registado de 22 000 kW. São elas um grupo térmico de 10 500 kVA na central da Cachofarra, da Sociedade de Electrificação Urbana e Rural, um grupo hidráulico de 6 400 kVA na central do Chocalho, da Companhia Hidro-Eléctrica do Varosa, e dois grupos hidráulicos

de 2 800 kVA cada um na central da Velada, da Hidro-Eléctrica Alto Alentejo.

Na central Tejo, das Companhias Reünidas Gás e Electricidade, entrou em exploração um novo grupo térmico de 18 900 kVA, mas, como se desmontaram dois grupos antigos de 9 400 cada um, não houve alteração sensível da potência.

No ano corrente deverá verificar-se um aumento de potência ainda superior ao que se regista em 1935. Deverão entrar em exploração mais um grupo térmico de 18 900 kVA na central Tejo, das Companhias Reünidas, outro de 8 000 kVA na central de Caniços, da Hidro-Eléctrica do Varosa, e, presumìvelmente, dois grupos hidráulicos, com as potências de 3 500 e 1 750 kVA, na nova central de Vila Cova, da Emprêsa Hidro-Eléctrica da Serra da Estrêla, Limitada. Outras ampliações ou obras novas, presentemente em projecto ou execução, só mais tarde estarão concluídas.

Os aumentos de potência indicados, exigidos pelo aumento natural do consumo, não merecem referência especial, com excepção dos casos das centrais Tejo e Caniços. A central Tejo substituiu dois grupos de 9 400 kVA por dois outros grupos de 18 900, o que corresponde ao aumento de 19 000 kVA e eleva a potência instalada a 59 000 kW. Para vencer uma ponta de 23 000 kW, embora susceptível de grande aumento, deve reconhecer-se que a prudência com que se calcula a reserva roça pela prodigalidade. E nem a necessidade de substituir máquinas antigas, imposta pela mudança de freqüência de 42 para 50 ciclos, presentemente em curso, explica inteiramente êste aumento prematuro de potência e, conseqüentemente, de capitais despendidos. Presume-se que tenha havido outras causas, alheias à técnica, que não interessa esmiüçar aqui.

A ampliação da central de Caniços era inevitável; já a tínhamos previsto no relatório do ano anterior, ao notar que começava a ser difícil no verão o abastecimento da região do Norte. Com a interligação que já se pratica entre a U. E. P. e Varosa — e confiamos em que se há-de tornar maior e melhor — não pacece necessário, nos tempos mais próximos, reforçar de novo as térmicas de serviço público — excepção feita à Carris do Pôrto, cuja exploração quási isolada parece conveniente manter para assegurar a S. Pedro da Cova a principal colocação dos seus mixtos.

Com o mesmo critério se julgou inoportuno o projecto recente da Câmara Municipal do Pôrto de remoçar e ampliar a 20 000 kW, em acesso de individualismo, a velha central térmica do Ouro. Por prudência diz-se inoportuno em vez de inaceitável; mas cremos que do concurso presentemente aberto para fornecimento de energia àquela cidade resultará para o kWh em alta tensão preço que permita, sem violência, manter a resolução tomada. A bem da justiça se confessa que o preço actual, se é alto em comparação com as possibilidades de produção própria, parece razoável quanto ao desafôgo dos Serviços Municipais, que pagam os encargos da luz pública e o mais que consta dos relatórios da gerência. Tem-se a impressão de que todos fazem hoje o que podem na prática da caridade bem entendida — motivo para que sejam obrigados a fazer o que devem quando o Estado definir a ética da electricidade.

Deixemos o Pôrto e continuemos a olhar a região que o tem por centro. Dentro de dois ou três anos, Cabo Mondego — se vingar — não deixará de reivindicar o direito, consignado no alvará de concessão, de construir a sua central para carvões pobres; e dentro do espírito, sempre aqui defendido, de dar aos carvões baixos de lavra nacional o papel de geradores da energia de apoio, não será injustiça oferecer-lhe aso de lançar na sub-estação de Condeixa alguns milhões de kWh.

Mesmo no domínio da hulha branca, o abastecimento do Norte não causa preocupações. A central do Ermal, da Electro-Hidráulica de Portugal, prepara-se, ao que parece, para multiplicar muitas vezes a potência hoje montada e armazenar a energia potencial de uns 15 milhões de metros cúbicos de água, a lançar oportunamente sôbre Caniços por linha de interligação a 30 kV já requerida; e a Companhia Eléctrica das Beiras lança-se no empreendimento hidráulico de Santa Luzia, na bacia superior do rio Pampilhosa, onde uma albufeira de 40 milhões de metros cúbicos, com um coeficiente de armazenamento próximo da unidade no ano médio sêco, permitirá pôr em Coimbra ou na Covilhã, por linhas de 60 kV

já requeridas, cêrca de 20 milhões de kWh nos meses de estiagem.

A Hidro-Eléctrica da Serra da Estrêla ficará por êste modo ligada aos sistemas do litoral, sem necessidade de construir a linha de Coimbra-Seia, há muito planeada; mas, mesmo que complete com a central do Sabugueiro o seu sistema de mais de 1 000 metros de queda em quatro degraus, mesmo que faça subir a 12 milhões de metros cúbicos a capacidade da Lagoa Comprida, será sempre, com a parte que lhe compete do consumo das Beiras, em diagrama normal de 3 000 horas, e com os fornos de Canas de Senhorim a gastar energia de inverno, um sistema que não se afastará muito da auto-suficiência.

Isto pelo que respeita ao Norte. No Centro, a Hidro-Eléctrica Alto Alentejo, com o sistema das três centrais já completo, mas com o funcionamento ainda indeciso, confirma a conclusão a que há muito chegámos de que os 22 milhões de metros cúbicos da albufeira da Póvoa não regularizam convenientemente a ribeira de Nisa, mesmo depois de aproveitados todos os 200 metros da queda total.

Serve-lhe hoje de apoio térmico um motor Diesel, de que nunca se tomou conhecimento oficial, porque sempre se pensou e se mantem que foi êrro de palmatória tê-lo comprado. Há muito defendemos que a compensação natural do Nisa é o Lena, devidamente ampliado; há muito demonstrámos que o conjunto dos dois é um grupo auto-suficiente, melhorado com alguma energia estival a obter da rega da Idanha; há muito afirmamos e mantemos que uma exploração conjunta dos sistemas se impõe, por mais de um motivo. O tempo tem-nos dado razão; esperamos que continue a dá-la.

Ainda na região do Centro, as Centrais Tejo e Cachofarra vão ser ligadas a 30 kV, e dentro de poucos anos teremos integrados neste grupo alguns milhões de kWh da obra hidro-agrícola do Pego do Altar, em comêço de execução. Mais para o sul, nada de definitivo.

Êste é o quadro do presente pelo que respeita aos sistemas produtores de alguma valia, tal como se mostra com a orientação que procurámos dar-lhe. A alguns parecerá muito defeituoso e outros julgarão estranho que nos detenhamos em cousas de média importância, sem um nome de sensação, como seriam o Douro ou o Zêzere...

Aos críticos do primeiro grupo rogamos nos enviem os seus comentários, contanto que não contenham nem interêsses pessoais nem histórias para crianças; aos do segundo grupo asseguramos que a omissão é propositada, porque o tema não parece oportuno. Nem era necessário abordá-lo neste relatório; êle não invalida o quadro que se pintou, antes o amplia e aperfeiçoa. A seu tempo se fará o necessário.

PRODUÇÃO. — A energia eléctrica produzida durante o ano de 1935 elevou-se a 356 milhões de kWh, o que corresponde ao aumento de 9,5 por cento sôbre 1934. É interessante notar a constância do crescimento da produção no nosso País e é animador verificar que o gradiante dêsse crescimento não é de todo mau. Em 1927, ano em que começou a haver estatística, a produção não passou de 187 milhões; em 1935, passados oito anos atingimos quási o dôbro, e é de esperar que, no ano corrente êsse dôbro seja ultrapassado.

O aumento da produção manifestou-se mais sensível nas instalações de serviço particular, contra a regra dos anos anteriores; mas êsse facto resulta em parte da diferente classificação de algumas centrais, a que atrás se faz referência.

Todos os produtores de serviço público acusam subidas, umas ligeiras, outras muito sensíveis. As Companhias Reünidas passaram de 80 para 84,3 milhões de kWh, o que é pouco; a Eléctra del Lima e U. E. P. de 71,6 para 73,4, muito menos do que era costume nos anos anteriores; a Hidro-Eléctrica do Varosa de 20,2 para 23,1, o que corresponde a um crescimento relativo digno de menção; a Hidro-Eléctrica da Serra da Estrêla de 13 para 13,5, subida insignificante, que a próxima laboração da central de Vila Cova certamente melhorará; a Sociedade de Electrificação Urbana e Rural de 5 para 12, salto notável, justificado pela conquista de um mercado de certa riqueza ainda por explorar.; a Hidro-Eléctrica Alto Alentejo de 4,4 para 5,6, subida, em valor relativo, de certo relêvo, devida em grande

parte à alimentação da fábrica de cimentos da Maceira.

A utilização da potência instalada desceu ligeiramente no conjunto do País, de 1 542 horas para 1 523, por ter havido aumento de potência superior ao aumento de produção.

A maior utilização é registada nas centrais hidro-eléctricas de serviço público, com 1 820 horas, e a mínima nas termo-eléctricas de serviço particular, com 1 091. Êste último número é sensivelmente o que se tem registado em todos os anos. O seu baixo valor resulta por um lado, da má utilização das centrais particulares quando em laboração e, por outro, da existência de grande número de centrais de reserva.

A primeira causa é universal; deriva das flutuações inevitáveis da potência exigida por qualquer indústria e das imposições do horário do trabalho feitas pela lei ou pela colocação dos produtos fabricados. Só as indústrias por sua natureza de laboração contínua fogem à regra da má utilização da potência instalada; mas a quási totalidade dos industriais tem a êste respeito ideas erradas e alguns até se zangam quando lho dizem.

A segunda causa da baixa utilização da potência particular é também geral, mas os seus fundamentos são algumas vezes menos razoáveis que os da anterior. Se se justifica a existência de uma central de reserva porque o industrial reconheceu vantagem em se ligar à rêde pública e não quis desmontar a sua instalação; se ainda é aceitável que uma indústria instale máquinas de reserva na previsão de uma falta de corrente que, por motivos especiais, convenha particularmente evitar, não é tolerável o princípio, mais seguido do que seria para desejar, de montar centrais de reserva como limitadoras de tarifa. Alguma cousa se fará para o impedir.

O número de 1 820 horas atribuído às hidro-eléctricas de serviço público é muito baixo; já esteve entre nós à roda de 2 600 em 1931, mas de então para cá nunca ultrapassou 2 000. É fácil de explicar esta regressão. A necessidade de vencer as pontas de carga, crescentes com o consumo — em lei quási linear, porque os factores de carga não oscilam grandemente—, obrigou a ampliar a potência hidráulica instalada; mas, como a produção cresce de forma contínua e a potência por degraus, aqui temos a primeira causa do descer da utilização. Por outro lado, as centrais a fio de água — e são-no quási tôdas — vêem deminuir, com o aumento do consumo, o número de dias no ano em que podem só por si abastecer as rêdes respectivas e exigem compensações térmicas crescentes, segunda causa daquele decrescimento; o regime de rêdes isoladas, impondo às centrais o diagrama das suas rêdes próprias e obrigando a reservas de grande vulto, constitue uma terceira causa.

Importa encarar o problema de abandonarmos de uma vez para sempre a utilização miserável de 1 820 horas nas centrais hidráulicas. A melhoria de utilização, que significa aperfeiçoamento e, conseqüentemente, redução do preço de custo da energia, exige, para combater as causas apontadas, os remédios que temos referido em relatórios anteriores: a construção de centrais com armazenamento (mesmo com super-embalse), a interligação dos diversos sistemas hidráulicos e térmicos e um entendimento espontâneo ou forçado.

À parte o entendimento, que se espera seja rogado mas gratuito, tudo o mais custa dinheiro; resta ver que o proveito compensa o encargo.

A irregularidade da nossa produção hidráulica de serviço público, de que nos anos anteriores apenas demos indicações ligeiras, vem tratada com mais pormenor neste volume; dedicou-se um novo quadro e um novo gráfico à produção mensal. A produção hidráulica máxima foi de 12,2 milhões de kWh, em Dezembro; a mínima, de 4,2 milhões, em Setembro. A quebra estival, um pouco menos acentuada que nos anos anteriores, sentiu a influência benéfica de um ano de melhores chuvas; e a produção total, sob a mesma influência, mostra uma subida de 17 milhões em relação à média de três anos anteriores, estagnados na vizinhança dos 100 milhões.

A regularização por albufeiras, apenas feita hoje, em escala sensível, na Serra da Estrêla e no Alto Alentejo, é ainda muito modesta no conjunto do País. Em 1935 produziu apenas 6,6 milhões de kWh, repartidos na maioria pelos quatro meses de Julho a Outubro. Nos meses restantes a sua influência, embora muito limitada, foi necessária para compensar reduções passageiras de caudal, com excepção do

mês de Janeiro, em que, contràriamente ao que seria de esperar, se recorreu em quantidade notável à energia armazenada. Esta anomalia verificou-se na Serra da Estrêla, onde aquele mês foi excepcionalmente sêco, com 4 milímetros de precipitação de chuva. Nos últimos cinqüenta anos, só uma vez, em 1896, o udómetro da Serra da Estrêla tinha verificado em Janeiro estiagem tam completa.

Dos 356 milhões de kWh da produção total cabem 239 à produção térmica (67 por cento) e 117 milhões à produção hidráulica (33 por cento). Da energia térmica cabem 51 milhões de kWh aos combustíveis nacionais (carvões e madeiras) e 188 aos estrangeiros (carvões, óleos e petróleos).

Os recursos nacionais (quedas de águas e combustíveis) geraram 168 milhões de kWh — mais 14 milhões do que em 1934 —, cabendo o aumento exclusivamente à produção hidráulica, porque a produção térmica de origem nacional ficou constante. A produção com recursos nacionais ficou em 47,2 por cento da produção total — precisamente a proporção do ano anterior.

A energia eléctrica consumiu em 1935 cêrca de 98 000 toneladas de carvões minerais portugueses, ligeiramente menos do que no ano anterior. A S. Pedro da Cova cabem nove décimos dêste valor; às outras minas (principalmente Santa Susana, Batalha e Pejão) o décimo restante. É esta a proporção que há alguns anos se mantém.

Se dividirmos as 98 000 toneladas de carvões portugueses pelos 45 milhões de kWh, cuja produção se lhes atribue, encontraremos o consumo médio de 2,1 kg/kWh; mas faz-se notar que êste número não tem grande significação. É certo que, se exceptuarmos o carvão de Santa Susana, os restantes carvões portugueses usados na produção de energia são nitidamente pobres e o seu poder calorífico não oscila muito para fora dos limites de 3 500 a 4 500 calorias; e, como a quantidade de hulha de Santa Susana é muito pequena (cêrca de 1 por cento) e não pesa no conjunto, pode parecer legítima a determinação daquele valor médio.

Importa, porém, notar que uma parte importante do carvão nacional é empregada em lotes com carvão importado, e êste facto traz como conseqüência que a quantidade de energia correspondente resulta de cálculo e não de medida, o que tira todo o valor àquele dado estatístico. Se, porém, nos limitarmos a procurar o consumo específico dos carvões portugueses em instalações que os utilizem sem mistura, encontraremos um número da ordem de 2,4 kg/kWh; tem-se, porém, a certeza de que, com instalações devidamente equipadas, é possível esperar do carvão português resultados nitidamente melhores.

O consumo do carvão estrangeiro subiu pouco, de 130 a 141 milhares de toneladas; maior aumento relativo tiveram os óleos combustíveis, que passaram de 8 300 para 10 300 toneladas.

De uma forma geral mantém-se com o aspecto dos anos anteriores a posição relativa da energia de origem nacional e de origem estrangeira: cêrca de meio por meio. É natural que em pontos restritos as cousas melhorem pouco a pouco, mas as grandes linhas da questão só mudarão de aspecto quando houver energia hidráulica a abastecer os distritos de Lisboa e Setúbal. Conseguiremos assim alimentar de fonte nacional 80 por cento do nosso consumo de energia eléctrica; mais algumas linhas de alta tensão permitiriam sem dificuldade passar acima de 90 por cento. Neste campo de actividade teríamos declarado a nossa independência quanto a matérias primas, e estaríamos mais sossegados a respeito de perturbações de origem externa — tanto quanto o sossêgo é compatível com a barafunda da vida presente. Não teríamos arrumado o problema geral da energia, que é vasto e complexo, mas ficaria resolvido o problema da energia eléctrica, que é parte importante daquele.

CONSUMO. — O consumo de energia eléctrica subiu em 1935 a 301 milhões de kWh, sendo 234 milhões nas rêdes públicas e 67 nas instalações de serviço particular. O consumo próprio das centrais foi de 11 milhões e as perdas no transporte e transformação, obtidas por diferença entre a produção e o consumo, somaram 43 milhões, o que corresponde a 12 por cento da produção.

Não se tem feito referência nas estatísticas anteriores à energia importada de Espanha, por representar uma parcela insignificante.

Resolveu-se êste ano inscrevê-la no mapa do consumo, para maior precisão das contas, embora essa inscrição valha mais como memória do que pela influência que tem nos resultados.

Foram uns modestos 185 000 kWh que se importaram em 1935 para alimentação das vilas de Valença, Monção, Melgaço e Freixo de Espada-à-Cinta. A entrada de energia espanhola na primeira e última destas povoações é é já antiga; em Monção e Melgaço é recente (há três anos) e foi autorizada a título precário, na impossibilidade de prover ao abastecimento com energia de origem nacional.

O consumo das rêdes públicas aumentou na iluminação (3,5 milhões de kWh, de 33,5 para 57), na tracção 1,5 milhões, de 45,5 para 47), na electroquímica (3 milhões, de 7,5 para 10,5) e, principalmente, na fôrça motriz (6 milhões, de 114 para 120). O consumo das instalações de serviço particular, quási exclusivamente destinado a fôrça motriz, subiu de 54,7 para 66,8 milhões de kWh, mas importa ter em conta que dêste aumento de 12 milhões cêrca de 3 resultaram de se terem inscrito como particulares algumas instalações anteriormente classificadas de serviço público, como atrás se disse.

Como nos anos anteriores, a indústria têxtil é o maior consumidor de energia eléctrica, com 62 milhões de kWh; seguem-se a indústria dos materiais de construção, com 28, a da alimentação, com 23, e a da construção mecânica, com 13. A elevação de águas para abastecimento de povoações consumiu 12 milhões.

O número de consumidores em baixa tensão subiu cêrca de 17 000, ficando em 266 000; em alta tensão registaram-se 40 novos consumidores, subindo o seu número a 560.

Os consumos específicos, referidos à população total, ficaram em 36,9 e 47,4 kWh por habitante, consoante se considera o consumo das rêdes públicas ou o consumo total, incluindo as instalações de serviço particular.

Mas o mapa dos consumos específicos apresenta, em relação ao do ano anterior, alterações sensíveis no que respeita a população, que necessitam de ser explicadas. A população de facto aparece ligeiramente crescida, embora em ambos os anos se faça referência ao censo de 1930; a diferença resulta de se tomarem anteriormente os resultados provisórios daquele censo e de só êste ano se adoptarem os definitivos.

Na coluna da população servida verifica-se êste ano uma redução muito sensível, do que resulta aparecerem os consumos específicos por habitante servido muito crescidos em relação aos anos anteriores, e atingindo 76,9 e 99,0 kWh por habitante nos dois casos já referidos. Embora a justificação desta diferença se encontre nas notas que acompanham o quadro, convém fazer-lhe uma referência.

Resolveu-se êste ano adoptar a freguesia como unidade territorial mínima para efeitos estatísticos de consumo. A avaliação dos consumos por povoação, como se estava fazendo há alguns anos, além de ser menos precisa, conduziria a um desenvolvimento inútil, com o crescer das rêdes rurais; e por isso se modificou, de acôrdo com o novo critério, o mapa do consumo da parte II desta *Estatística*.

Assente êste princípio, não se justificava que no mapa dos consumos específicos continuasse a considerar-se como população servida a população dos concelhos servidos, sabido que dentro dêstes há inúmeras freguesias onde não chegam ainda as rêdes de distribuïção. A população servida passou portanto a ser a população das freguesias servidas, o que trouxe mais rigor aos resultados e explica as diferenças que atrás se referiram. Assim calculada, a população servida não chega a metade da população total.

Os consumos das cidades de Lisboa e Pôrto subiram para 88,5 e 47,5 milhões de kWh, com o aumento respectivo de 3,5 e 2,5 milhões sem alteração sensível na posição relativa dos diversos usos. Os consumos específicos ficaram em 149 e 205 kWh por habitante, subindo o número do Pôrto, como de costume, ligeiramente mais do que o de Lisboa.

DISTRIBUIÇÃO. — Subiu para 4 058 quilómetros o comprimento das linhas de alta tensão no fim de 1935, o que representa o aumento de 440 quilómetros sôbre o ano anterior. Neste aumento cabem cêrca de 280 quilómetros a linhas e ramais de tensão inferior 25 kV, 40 quilómetros a linhas de 30 kV e 120 quilómetros a linhas de 60 kV. O aumento das primeiras é constituído por inúmeras amplia-

ções das rêdes existentes, sem mérito especial; o das segundas é formado pelas linhas Chocalho-Vila Real, da Hidro-Eléctrica do Varosa, e Ermal-Braga-Barcelos, da Electro-Hidráulica de Portugal; o das terceiras é representado pela linha Velada-Maceira, da Hidro-Eléctrica Alto Alentejo, só provisòriamente autorizada a trabalhar à tensão de 60 kV, pelas más condições de segurança com que foi construída.

Manda a justiça acrescentar que não é esta a única linha de construção deficiente em Portugal; o que lhe dá relêvo entre as más é a tensão elevada. Nos 4 058 quilómetros existentes estão incluídas muitas linhas de aspecto pobre e robustez precária do Alto Alentejo, da Electro-Hidráulica, da Elétrica das Beiras, da Eléctrica do Coura, da Serra da Estrêla e de muitos pequenos distribuïdores. É verdade que as cousas melhoram com o tempo, ou porque se aperte a fiscalização, ou porque entrem melhores ideas nas cabeças dos construtores; mas confessa-se que melhoram mais lentamente do que seria para desejar. Não é só culpa dos distribuïdores; as firmas instaladoras faltam muitas vezes ao respeito que a técnica lhes deve merecer; e algumas, que são agentes de fabricas estrangeiras, parece que procuram, com as obras que fazem, desfazer o bom nome do material que representam. Confiemos em que tudo isto há-de levar uma volta.

As linhas Coimbra-Condeixa e Condeixa-Figueira, quási concluídas, não estão ainda em exploração e não estão, por isso, incluídas nos números presentes; como novas linhas a concluir dentro de um ou dois anos contam-se as que a Urbana e Rural instalará no distrito de Setúbal, em cumprimento do decreto n.º 26 687, a linha Caniços-Braga a 30 kV, requerida pela Hidro-Eléctrica do Varosa para interligar Caniços e Ermal, e a linha Pampilhosa da Serra-Coimbra a 60 kV, da Eléctrica das Beiras, para levar aos produtores do Norte a corrente de Santa Luzia.

Há pessoas que com certa freqüência dissertam sôbre Rêde Eléctrica Nacional e declaram que não vêem nada; e muitas haverá que, ao lerem o que nestes relatórios se tem escrito sôbre as linhas em construção, verão apenas o acaso como fonte de certa harmonia que se esboça.

As cousas não se passam inteiramente assim. Os serviços do Estado podem não ter fôrça nem dinheiro para imporem aos particulares determinada acção ou fazerem por sua conta determinada obra; mas nada os impede de incitarem o que lhes parecer bom e indeferirem o que lhes parecer mau. Não precisam, para isso, nem da verba do orçamento, nem do artigo da lei, nem do argumento da fôrça pública; basta-lhes um critério para distinguir o bom do mau. É passivo, mas é alguma coisa.

É claro que o bom e o mau são relativos, como sempre, e dependem do critério de referência; mas o mundo é assim, e o caso é filosófico demais para interessar aqui. De positivo, temos procedido como ficou dito; sentimos a responsabilidade de termos impedido que se façam algumas cousas, mas ainda nos não pesou a consciência; em contrapartida dá-nos alguma alegria ver que nos orientamos para determinado objectivo.

Se a electricidade caminhasse sempre assim, a sua marcha seria infinitamente lenta; mas o que se faz, mesmo que não pareça, já é Rêde Eléctrica Nacional. O que é preciso é deixar de ser passivo; é multiplicar as obras por 10 e virar do avêsso as directrizes da lei.

Voltamos a ter alguma fé.

EXPLORAÇÃO. — Os números que há quatro anos se publicam sôbre os encargos de exploração das centrais eléctricas em função da potência instalada repetem-se em cada novo ano com ligeirissimas variantes. O aumentar da potência melhora a utilização, isto é, dilue os encargos fixos da unidade de potência por maior volume de energia, diminue em proporções notáveis o consumo do combustível e torna quási insensíveis os encargos de pessoal. Não vale a pena reproduzir os números, que são quási os mesmos que foram citados nos relatórios anteriores.

Parece que estes valores, são a média de numerosos casos reais cuidadosamente seleccionados, como já se explicou em anos anteriores, deveriam conduzir unânimemente à rejeição de centrais pequenas e à conclusão de que a energia de grandes unidades produtoras, luta com vantagem de preço contra a energia de produção fragmentada — mesmo tendo em conta os encargos de transporte. Mas na prática nem sempre acontece assim.

A noção de concessão de serviço público — forma de trazer a actividade privada à colaboração com as administrações públicas na satisfação de necessidades gerais —, se tem evoluído na situação jurídica, não tem mudado menos na situação de facto. O tipo das velhas concessões outorgadas no século passado para estimular a prestação de serviços públicos ainda insipientes, envolvendo surprêsas de exploração, é hoje raro. No campo da distribuïção eléctrica as necessidades de consumo tornaram-se tam imperiosas em alguns países que o regime de concessão deixou de se justificar como incentivo da actividade privada; caiu-se na concorrência, a exploração tornou-se pràticamente livre e os cadernos de encargos deixaram, lògicamente, de fixar ao concessionário obrigações concretas. O regime de concessão quási perdeu a característica de garantir ao público um serviço de interêsse geral; mais parece ter-se mantido para garantir ao concessionário direitos de ocupação que lhe permitam realizar as obras e para garantir aos Estados o aumento dos réditos pela cobrança de taxas e pela reversão gratuíta dos bens.

Isto aconteceu em alguns países. Outros, que acordaram mais tarde, sem olharem bem para si próprios, traduziram o que aqueles fizeram; e quando deram conta de si encontraram-se a manejar instrumentos legislativos próprios da livre concorrência, sem a terem efectiva, e mais valendo que a não tivessem onde já existia nominalmente.

Daqui resulta esta situação anómala: os consumidores — como quem diz os valores económicos, porque nos referimos à grande distribuïção — são obrigados a utilizar-se de um concessionário em situação de monopólio; e êsse concessionário, empossado da dignidade de serviço público, fixa o valor dos serviços que presta quási sem limite legal e sem aquela preocupação do bem comum — o equilíbrio do justo —, que é regra e dever das administrações públicas.

Não sabemos se esta situação é compatível com o verdadeiro conceito de concessão de serviço público, mas cremos que não. Não se impõe ao concessionário um plano de obras: dá-se-lhe a liberdade de fazer as que quiser. Mal se lhe fixam os deveres em face do consumidor — que é a Nação: dá-se-lhe a liberdade de discutir linha a linha os contratos de fornecimento. Não se marcam directrizes de tarifação: deixam-se fazer tarifas, ou extremamente simplistas, a tanto por unidade, ou complicadas até ao inacreditável, com tabelas, degraus, coeficientes, descontos e o preço da onça de ouro; deixa-se forçar a parcela proporcional à potência nas tarifas binómias e estabelecer pontas de curta duração — cinco minutos quando o consumidor é ingénuo ou tolerante —, com o que se consegue uma tarifa-surprêsa; consentem-se certas fórmulas de bonificação, na aparência vantajosas para o consumidor incauto, que não são o que se espera, porque a redução incide sôbre uma parcela que depois se vê ser mínima... Também há tarifas de favor e tarifas de conveniência; em suma, há um vago rumor de desordem e sobretudo de especulação.

O que se aponta parece bastante para fazer reconsiderar os tais países tradutores. Mas há mais.

Hoje a indústria de distribuïção eléctrica não oferece risco aos capitais. Desapareceram as aventuras de há cinqüenta anos; tudo está orçamentado, previsto, experimentado; tudo se esmiúça e se banaliza em milhares de estatísticas e relatórios. Pode haver uma linha ou uma central que rendam escassamente antes de atingirem a utilização normal, mas esta chega sempre, porque o crescer do consumo é tam fatal como o correr do tempo. A crise económica em que ainda vivemos tem encontrado nesta indústria, em todo o mundo, qualidades excepcionais de resistência, e, embora por vezes se faça crer em prodígios de administradores muito hábeis, os factos mostram que o fenómeno é geral, mesmo onde os administradores são ineptos. Pode fraquejar num caso ou outro a fôrça motriz da grande indústria, mas a grande massa do pequeno consumidor de luz é de uma estabilidade nunca desmentida, e, se esta movimenta em geral menos kWh que a primeira, tem sempre maior importância no movimento da caixa.

Estes factos tornam particularmente fácil a regressão ao princípio das concessões regulamentadas, e crê-se que a economia dos tais países tradutores, em geral necessitada de quem a defenda e anime, o aconselha sem hesitações.

Demais, a tendência para a economia dirigida ou auto-dirigida — se esta é viável com 100 por cento de pureza —, em ambos os casos, a tendência para a economia conjugada e não arbitrária, traz outro argumento em defesa do mesmo princípio.

Finalmente, se compete ao Estado respeitar como legítimos os direitos do capital, também lhe cabe, como último objectivo, manter e prestigiar as necessidades morais do homem, de que a justiça e a ordem se podem apontar como símbolos; e para bem se desempenhar dêste encargo precisa reparar na agitação do mundo e notar que, se há ódios condenáveis, também há muita injustiça social, que importa corrigir. A êste problema o temos como fim, aos outros como meios.

Mudemos o rumo das ideas. Dissemos que nem sempre se harmonizam a teoria e a prática na fixação dos preços da energia. Disse-se o bastante para explicar porquê, embora se não dissesse tudo; mas, para que não pareça parcialidade, também se confessa que há quem afirme gerar o kWh a preços tam baixos que fazem rir. É argumento de consumidor, claramente, filho de ignorância ou de má fé; mas usam-no alguns cheios de convicção e fazem cara de ofendidos quando se duvida da sua palavra honrada. Ser medianeiro neste assunto é arranjar fama de parcial, em dois sentidos opostos.

Voltemos à *Estatística*. Subiu para 357 o número de distribuïdores de serviço público, sendo 174 autarquias locais e 183 entidades privadas. Trata-se, na grande maioria, de pequenas actividades alimentando consumidores em número não superior a duas ou três centenas e que, muitas vezes, nem passa da casa das dezenas.

Não é possível imaginar progresso frutuoso com êste formigueiro de distribuïdores. Respira-se pobreza. Rêdes geralmente fracas por falta de dinheiro ou de técnica — o que vem a dar na mesma; muitas delas de serviço não permanente; ausência completa de tarifas modernas de baixa tensão que adaptem a electricidade aos diversos usos; ignorância de que existe a propaganda como forma de ensinar ao consumidor de certo nível de cultura todo o benefício que lhe pode dar o uso da corrente eléctrica.

Note-se que a respeito de tarifas de baixa tensão, os pequenos e os grandes distribuïdores se medem, no nosso País, pela mesma bitola. Os primeiros não as fazem porque não sabem, e os segundos porque não querem; para o consumidor tudo é o mesmo.

Equilibram-se em número as autarquias locais e as entidades privadas que se ocupam de distribuïção. São comuns a ambas os defeitos que apontámos; outros há que são específicos de cada uma delas.

Por via de regra as autarquias locais, como distribuïdoras, têm aspectos maus: certas infiltrações de política do burgo e certo hábito bastante feio de não pagarem o que devem. Têm por isso numerosos inimigos — quási sempre oficiais do mesmo ofício —, muito lestos em ver o argueiro no ôlho do vizinho; mas a *Estatística* regista-lhes uma virtude que importa exaltar: o interêsse pela electrificação rural.

Braga, Coimbra, Gaia, Matozinhos, Penafiel, Amarante, Viana do Castelo, Figueira da Foz, Santa Marta de Penaguião, Estarreja, para só mencionar algumas, são exemplos a citar. Os serviços municipais, convenientemente orientados, virão a ser, porventura, um factor interessante na electrificação.

*
* *

Êste relatório arrancou uns números do volume a que serve de introdução para lhes dar relêvo e, principalmente, para apontar defeitos; passou em branco sôbre alguns assuntos, ou porque em relatórios anteriores já foram abordados, ou porque pareceu melhor não lhes tocar.

A Junta de Electrificação Nacional tem o encargo de propor ao Govêrno a reforma da electricidade portuguesa. Mas reformar não é apenas mudar; é mudar melhorando. Melhorar é, neste caso, verbo transitivo: quem melhora melhora alguma cousa. A acção de melhorar pressupõe a existência de um estado pior; o sujeito para praticar a acção precisa conhecer o estado inicial. É lógico.

Êste relatório é a descrição abreviada do estado inicial.

Junta de Electrificação Nacional, 31 de Julho de 1936. — O Engenheiro Presidente, *Ferreira Dias*.

A) POTÊNCIA INSTALADA *(Puissance installée — Installed capacity)*

I) Potência instalada nas centrais hidro e termo-eléctricas, em 31 de Dezembro de 1935

Puissance installée des les usines hydro-électriques et thermo-électriques, arrêtée fin 1935
Installed capacity in hydro-electric and thermo-electric stations, on the 31st December 1935

Distritos	Centrais hidráulicas									Centrais térmicas									Total geral		
	Serviço público			Serviço particular			Total			Serviço público e tracção			Serviço particular			Total					
	Número de centrais	Número de máquinas	Potência — kW	Número de centrais	Número de máquinas	Potência — kW	Número de centrais	Número de máquinas	Potência — kW	Número de centrais	Número de máquinas	Potência — kW	Número de centrais	Número de máquinas	Potência — kW	Número de centrais	Número de máquinas	Potência — kW	Número de centrais	Número de máquinas	Potência — kW
Aveiro	2	3	113	10	16	619	12	19	732	3	3	175	20	28	1 495	23	31	1 670	35	50	2 402
Beja	—	—	—	—	—	—	—	—	—	9	20	1 149	9	18	2 456	18	38	3 605	18	38	3 605
Braga	6	11	2 739	16	25	4 063	22	36	6 802	5	10	6 707	22	24	2 760	27	34	9 467	49	70	16 269
Bragança	1	2	62	—	—	—	1	2	62	7	8	146	5	6	192	12	14	338	13	16	400
Castelo Branco	—	—	—	3	3	106	3	3	106	7	9	203	16	22	1 190	23	31	1 393	26	34	1 499
Coimbra	3	6	1 224	2	5	60	5	11	1 284	3	8	1 696	13	17	840	16	25	2 536	21	36	3 820
Évora	—	—	—	—	—	—	—	—	—	9	26	1 674	12	16	391	21	42	2 065	21	42	2 065
Faro	—	—	—	—	—	—	—	—	—	13	29	1 537	20	29	951	33	58	2 488	33	58	2 488
Guarda	6	11	6 042	4	6	197	10	17	6 239	4	5	95	9	11	267	13	16	362	23	33	6 601
Leiria	5	5	106	3	5	385	8	10	491	11	20	2 063	13	20	4 047	24	40	6 110	32	50	6 601
Lisboa	—	—	—	1	2	72	1	2	72	10	24	59 045	61	104	13 196	71	128	72 241	72	130	72 313
Portalegre	3	6	6 928	—	—	—	3	6	6 928	8	12	442	8	12	464	16	24	906	19	30	7 834
Pôrto	3	5	562	7	12	1 504	10	17	2 066	10	23	28 248	94	123	13 197	104	146	41 445	114	163	43 511
Santarém	4	6	302	5	9	469	9	15	771	8	13	573	26	37	2 047	34	50	2 620	43	65	3 391
Setúbal	—	—	—	—	—	—	—	—	—	10	21	11 363	40	75	7 781	50	96	19 144	50	96	19 144
V. do Castelo	2	6	28 648	—	—	—	2	6	28 648	2	3	568	4	5	51	6	8	619	8	14	29 267
Vila Real	3	5	397	1	1	44	4	6	441	3	4	195	5	7	172	8	11	367	12	17	808
Viseu	7	12	10 936	1	1	14	8	13	10 950	4	5	251	2	2	208	6	7	459	14	20	11 409
Total	45	78	58 059	53	85	7 533	98	163	65 592	126	243	116 130	379	556	51 705	505	799	167 835	603	962	233 427

Nas máquinas de corrente alternada a potência em kW foi calculada para cos $\varphi = 0{,}8$.

B) PRODUÇÃO *(Production — Production)*

I) Produção de energia hidro e termo-eléctrica, em 1935

Production d'énergie hydro-électrique et thermo-électrique, em 1935
Hydro-electric and thermo-eletric energy production, in 1935

Distritos	Energia termo-eléctrica			Energia hidro-eléctrica			Total geral — kWh
	Centrais de serviço público — kWh	Centrais (a) de serviço particular — kWh	Total — kWh	Centrais de serviço público — kWh	Centrais de serviço particular — kWh	Total — kWh	
Aveiro	150 830	1 045 271	1 196 101	67 131	895 517	962 648	2 158 749
Beja	1 392 425	1 961 107	3 353 532	—	—	—	3 353 532
Braga	7 573 703	973 600	8 547 303	3 762 889	6 451 374	10 214 263	18 761 566
Bragança	181 855	8 844	190 699	37 850	—	37 850	228 549
Castelo Branco	174 500	2 350 570	2 525 070	—	41 200	41 200	2 566 270
Coimbra	875 550	598 137	1 473 687	1 612 130	207 500	1 819 630	3 293 317
Évora	1 547 698	1 058 777	2 606 475	—	—	—	2 606 475
Faro	2 021 408	905 774	2 927 182	—	—	—	2 927 182
Guarda	122 314	268 172	390 486	14 193 003	145 120	14 338 123	14 728 609
Leiria	2 201 075	11 503 588	13 704 663	164 555	156 670	321 225	14 025 888
Lisboa	111 685 659	12 941 707	124 627 366	—	3 230	3 230	124 630 596
Portalegre	1 392 568	519 583	1 912 151	5 036 700	—	5 036 700	6 948 851
Pôrto	38 810 613	7 295 985	46 106 598	1 224 389	1 944 270	3 168 659	49 275 257
Santarém	988 126	1 960 002	2 948 128	319 753	932 200	1 251 953	4 200 081
Setúbal	13 146 818	11 975 201	25 122 019	—	—	—	25 122 019
Viana do Castelo	79 165	26 736	105 901	61 335 569	—	61 335 569	61 441 470
Vila Real	139 412	860	140 272	809 129	—	809 120	949 401
Viseu	269 716	1 003 460	1 273 176	17 128 510	2 200	17 130 710	18 403 886
Total	182 753 435	56 397 374	239 150 809	105 691 608	10 779 281	116 470 889	355 621 698

(a) Incluída a energia fornecida por algumas instalações de serviço particular às rêdes públicas.

6) Aumento da produção de energia eléctrica em 1935, em percentagem da produção de 1934

Aumentation de la production d'energie électrique en 1935, en pourcentage de la production en 1934

Increase of electric energy production in 1935, in percentage of 1934 production

	Hidráulicas	Térmicas	Total
Centrais de serviço público.....	+ 10,73	+ 4,57	+ 6,74
Centrais de serviço particular	+ 46,91	+ 18,97	+ 22,71
Total.....	+ 13,31	+ 7,64	+ 9,43

7) Número de horas de utilização da potência instalada, em 1935

Nombre d'heures d'utilisation de la puissance installée, en 1935

Hours of utilisation of the installed capacity, in 1935

	Serviço público	Serviço particular	Total	Total geral
Centrais hidro-eléctricas.....	1 820	1 431	1 776	1 523
Centrais termo-eléctricas....	1 574	1 091	1 425	

C) CONSUMO *(Consommation — Consumption)*

I) Consumo de energia eléctrica, em 1935

Consommation d'énergie électrique, en 1935
Electric energy consumption, in 1935

Distritos	Serviço público						Serviço particular (a)	Total geral
	Iluminação pública kWh	Iluminação particular kWh	Tracção kWh	Fôrça motriz kWh	Electro-química kWh	Total kWh	kWh	kWh
Aveiro	455 788	1 009 088	–	1 922 050	51 265	3 438 191	1 940 788	5 378 979
Beja	437 426	433 982	–	357 732	–	1 229 140	1 877 112	3 106 252
Braga	796 259	1 200 660	684 915	14 535 735	–	17 217 629	7 311 421	24 529 050
Bragança	117 416	92 357	–	–	–	209 773	8 854	218 617
Castelo Branco	376 807	409 961	–	3 670 616	–	4 457 384	2 391 770	6 849 154
Coimbra	645 625	1 275 655	1 498 000	4 026 895	–	7 446 175	805 637	8 251 812
Évora	436 721	621 368	–	281 049	–	1 339 138	1 045 000	2 384 138
Faro	706 502	603 287	–	427 949	–	1 737 738	905 774	2 643 512
Guarda	283 723	863 903	–	1 204 513	–	2 352 139	413 292	2 765 431
Leiria	542 358	468 661	–	1 763 774	–	2 774 793	11 660 258	14 435 051
Lisboa	5 561 741	21 392 306	26 985 555	38 902 462	–	92 842 064	12 944 937	105 787 001
Portalegre	326 443	676 935	–	490 080	–	1 493 458	519 583	2 013 041
Pôrto	4 164 529	7 348 723	18 000 551	41 712 417	–	71 226 220	9 193 758	80 419 978
Santarém	534 004	876 526	–	2 699 727	602 916	4 713 173	2 833 939	7 547 112
Setúbal	703 735	706 761	–	6 452 642	3 440 375	11 303 513	11 975 201	23 278 714
Viana do Castelo	292 905	448 310	–	509 763	–	1 250 978	26 736	1 277 714
Vila Real	377 671	657 982	–	174 548	–	1 210 201	860	1 211 061
Viseu	470 930	632 752	–	683 851	6 477 836	8 265 369	1 005 660	9 271 029
Total	17 230 583	39 719 217	47 169 021	119 815 863	10 572 392	234 507 076	66 860 570	301 367 646

Consumo nas centrais	11 379 560
Perdas	43 059 486
Total	355 806 692
A deduzir a energia importada	184 994
Produção total do País	355 621 698

(a) Deduzidos 316 085 kWh fornecidos pelas instalações de serviço particular às rêdes públicas.

D) DISTRIBUÍÇÃO *(Distribution — Distribution)*

1) Linhas de alta tensão, por distritos

Lignes à haute tension, par départements
High tension lines, per districts

Distritos	Comprimento das linhas em quilómetros					
	Aéreas				Subterraneas	Total geral
	Até 25 kV	De 25 a 50 kV	Acima de 50 kV	Total		
Aveiro	329,210	—	79,466	408,676	2,725	411,401
Beja	52,722	—	—	52,722	2,180	54,902
Braga	409,603	44,500	45,000	499,103	15,529	514,632
Bragança	4,660	—	—	4,660	—	4,660
Castelo Branco	50,011	94,185	—	144,196	0,740	144,936
Coimbra	331,265	—	13,648	344,913	8,241	353,154
Evora	—	—	—	—	—	—
Faro	9,300	—	—	9,300	1,125	10,425
Guarda	176,900	34,010	—	210,910	—	210,910
Leiria	55,874	—	23,000	78,874	0,465	79,339
Lisboa	132,627	73,873	—	206,500	307,903	514,403
Portalegre	59,469	141,950	27,000	228,419	0,400	228,819
Pôrto	557,978	—	114,473	672,451	92,695	765,146
Santarém	52,600	117,132	75,000	244,732	0,285	245,017
Setúbal	26,414	11,116	—	37,530	11,765	49,295
Viana do Castelo	113,730	—	12,000	125,730	2,242	127,972
Vila Real	120,867	17,471	2,414	140,752	1,716	142,468
Viseu	168,415	23,365	8,360	200,140	0,200	200,340
Total	2 651,645	557,602	400,361	3 609,608	448,211	4 057,819

2) Linhas de alta tensão, segundo a natureza dos postos

Lignes à haute tension, suivant la nature des poteaux
High tension lines, according to the type of supports

Tensões em kV	Comprimento das linhas em quilómetros						
	Aéreas					Subterraneas	Total geral
	Com postes de				Total		
	Ferro	Cimento	Madeira	Mixtos			
2	4,584	—	10,300	—	14,884	2,000	16,884
3	25,742	15,070	23,530	33,979	98,321	106,625	204,946
4	8,692	1,000	12,700	6,000	28,392	1,300	29,692
5	49,751	13,470	96,737	58,990	218,948	96,094	315,042
6	205,312	27,996	97,202	—	330,510	18,526	349,036
7	—	—	71,200	—	71,200	9,040	80,240
10	39,530	78,959	18,468	11,960	148,917	179,822	328,739
12	50,800	—	—	—	50,800	—	50,800
13	133,985	24,350	22,000	1,500	181,835	2,742	184,577
15	1 302,228	126,256	37,841	53,513	1 519,838	1,666	1 521,504
30	364,129	82,278	—	—	446,407	30,396	476,803
40	73,785	—	37,410	—	111,195	—	111,195
60	196,314	—	—	—	196,314	—	196,314
65	93,336	—	—	11,771	105,047	—	105,047
75	87,000	—	—	—	87,000	—	87,000
Total	2 635,188	369,379	427,388	177,653	3 609,608	448,211	4 057,819

4) Condições médias de exploração das centrais termo-eléctricas de serviço público

Conditions moyennes d'explotation des usines thermo-électriques de service public
Average conditions of operation of thermo-electric power stations of public utility

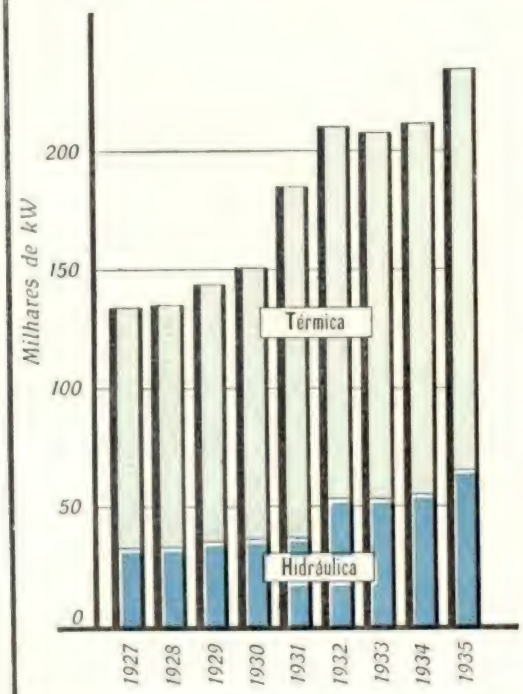
Potencia das centrais — kW	Número de centrais	Horas diárias de laboração	Horas anuais de utilização		Encargos do pessoal por kWh produzido — Escudos
			Da ponta	Da potencia	
Até 50	51	8	1 471	968	0,457
De 51 a 100	20	14	2 149	1 358	0,291
De 101 a 500	24	17	2 399	1 301	0,229
De 501 a 1 000	3	21	2 178	1 283	0,055
De mais de 1 000	5	24	3 311	1 714	0,033

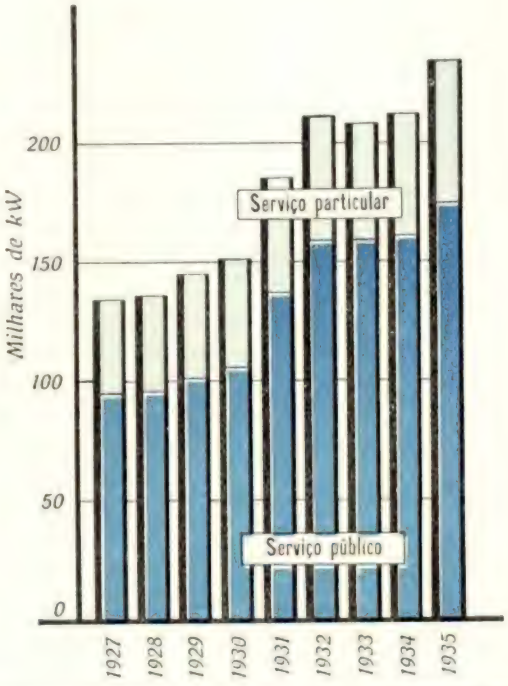
7) Desastres pessoais provocados por instalações eléctricas, em 1935

Accidents dans les installations électriques, en 1935
Electric accidents in electric plant, in 1935

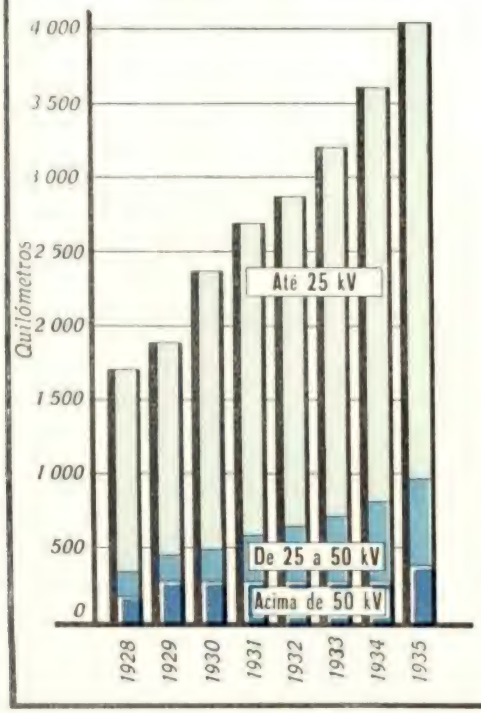
Tensões à terra	Causas				Total de desastres	Sinistrados	
	Por contacto involuntário	Por contacto voluntário	Deficiencias de instalação			Mortos	Feridos
			Faltas de isolamento	Outras			
Ate 250 volts	4	—	3	2	9	7	5
De 250 até 1 500 volts	—	—	—	—	—	—	—
Alem de 1 500 volts	4	2	1	1	8	16	1

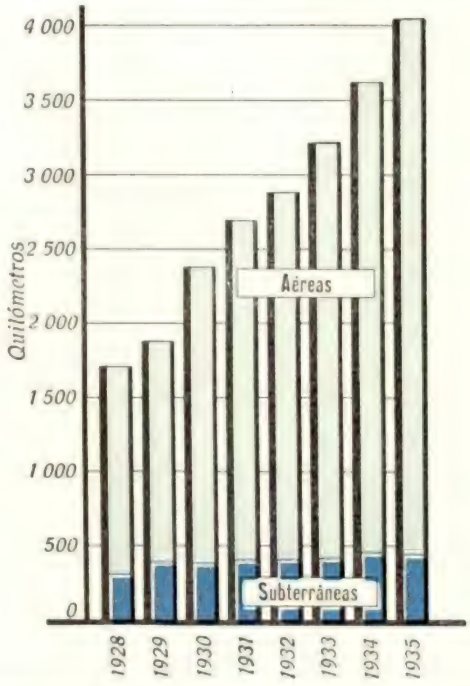
POTÊNCIA INSTALADA

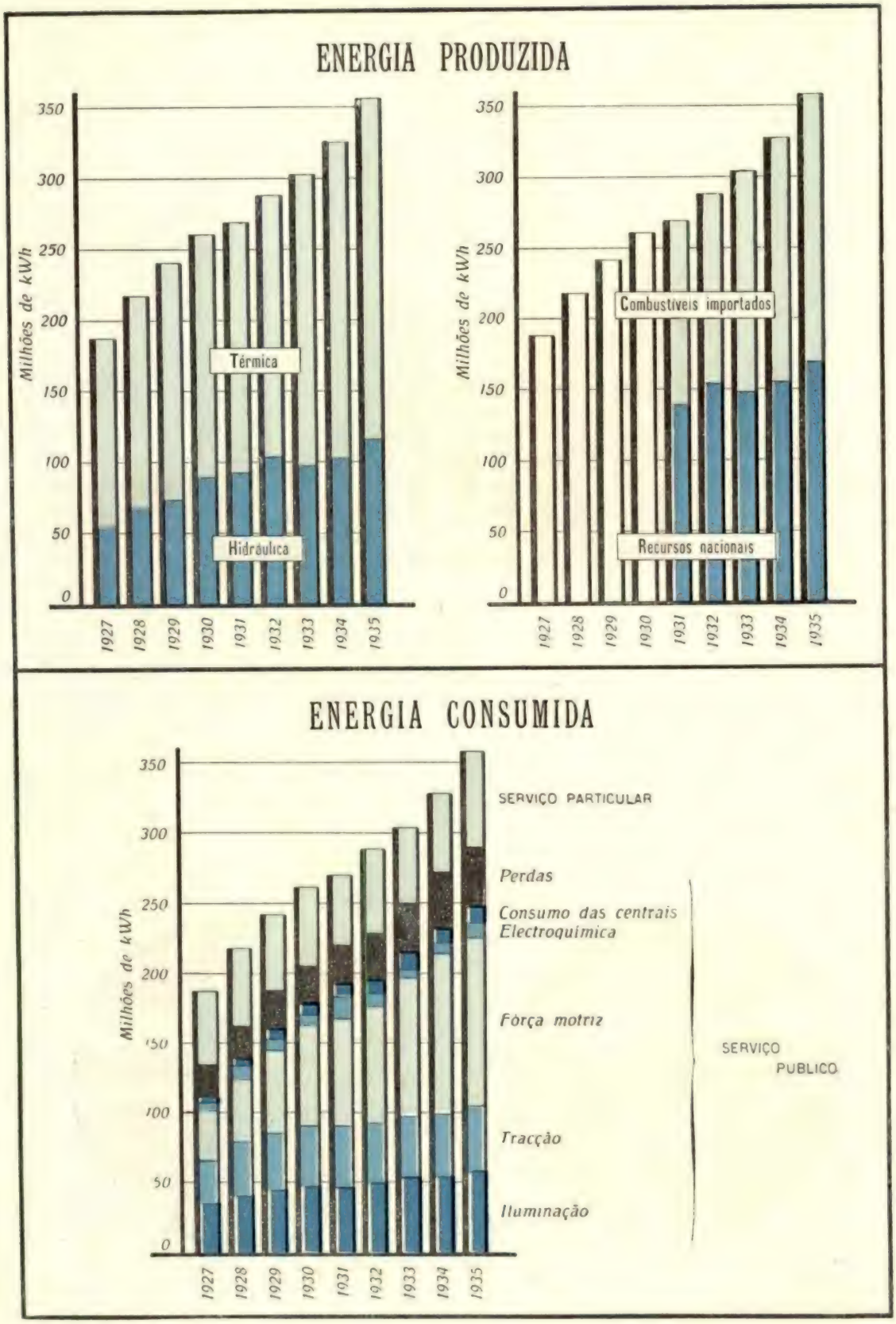




LINHAS DE ALTA TENSÃO

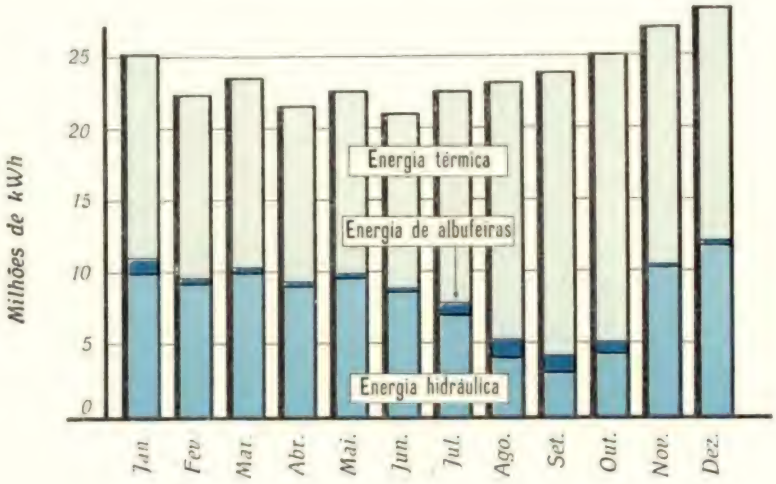





ENERGIA PRODUZIDA
Milhões de kWh
350
300
250
200
150
100
50
0
Térmica
Hidráulica
Combustíveis importados
Recursos nacionais
1927
1928
1929
1930
1931
1932
1933
1934
1935
ENERGIA CONSUMIDA
SERVIÇO PARTICULAR
Perdas
Consumo das centrais Electroquímica
Fôrça motriz
Tracção
Iluminação
SERVIÇO PUBLICO

PRODUÇÃO MENSAL EM 1935

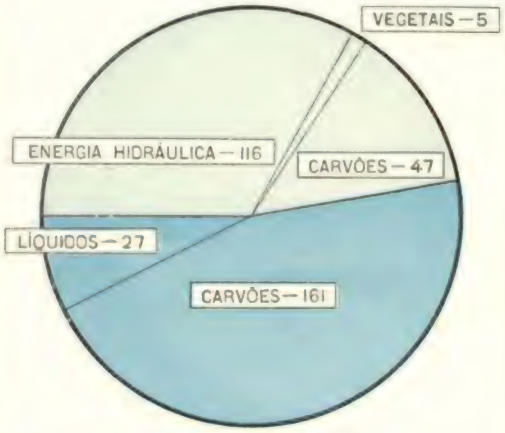
INSTALAÇÕES DE SERVIÇO PUBLICO



FONTES DE ENERGIA ELÉCTRICA EM 1935

MILHÕES DE kWh

RECURSOS NACIONAIS 47,2 %

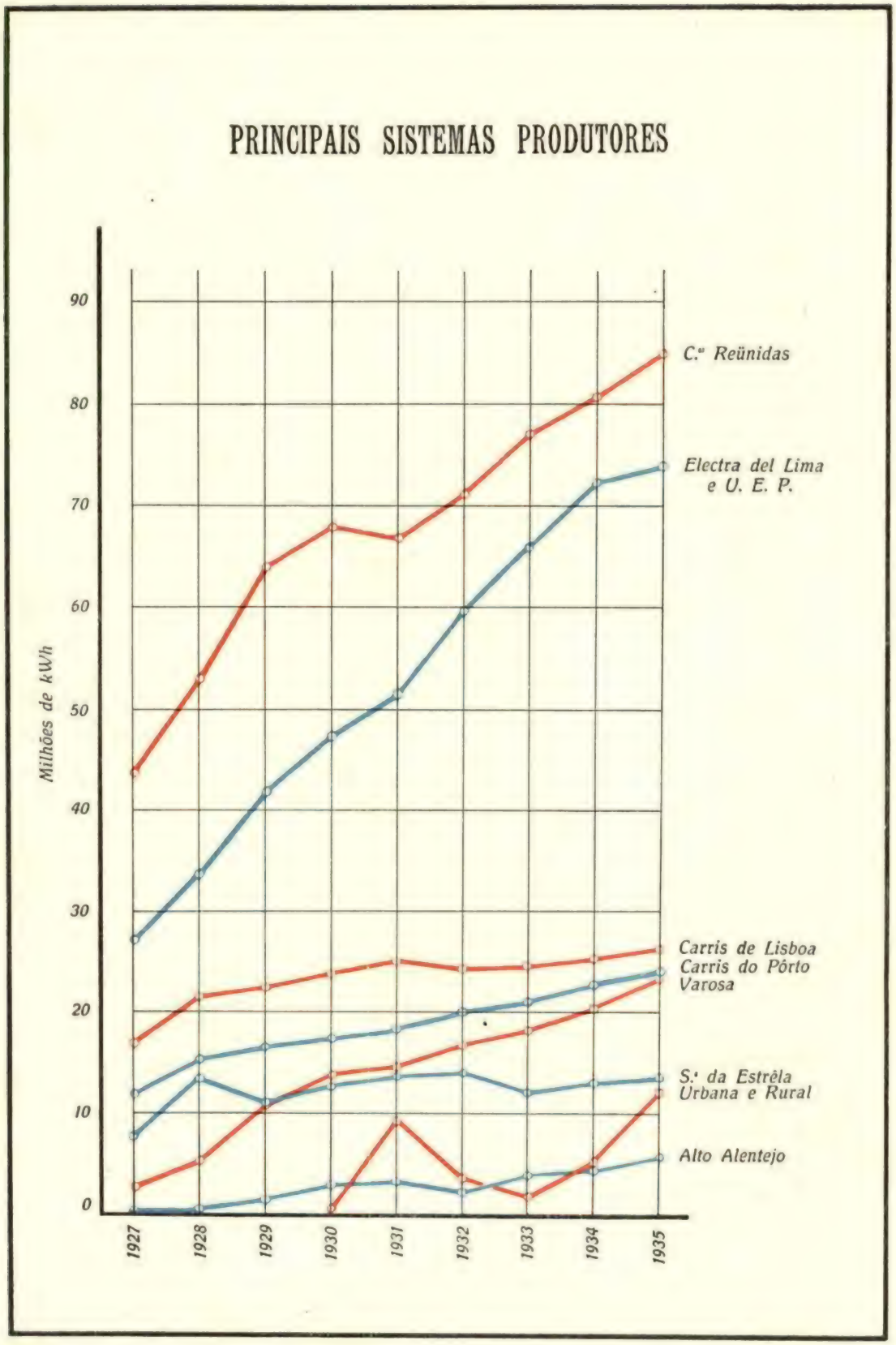


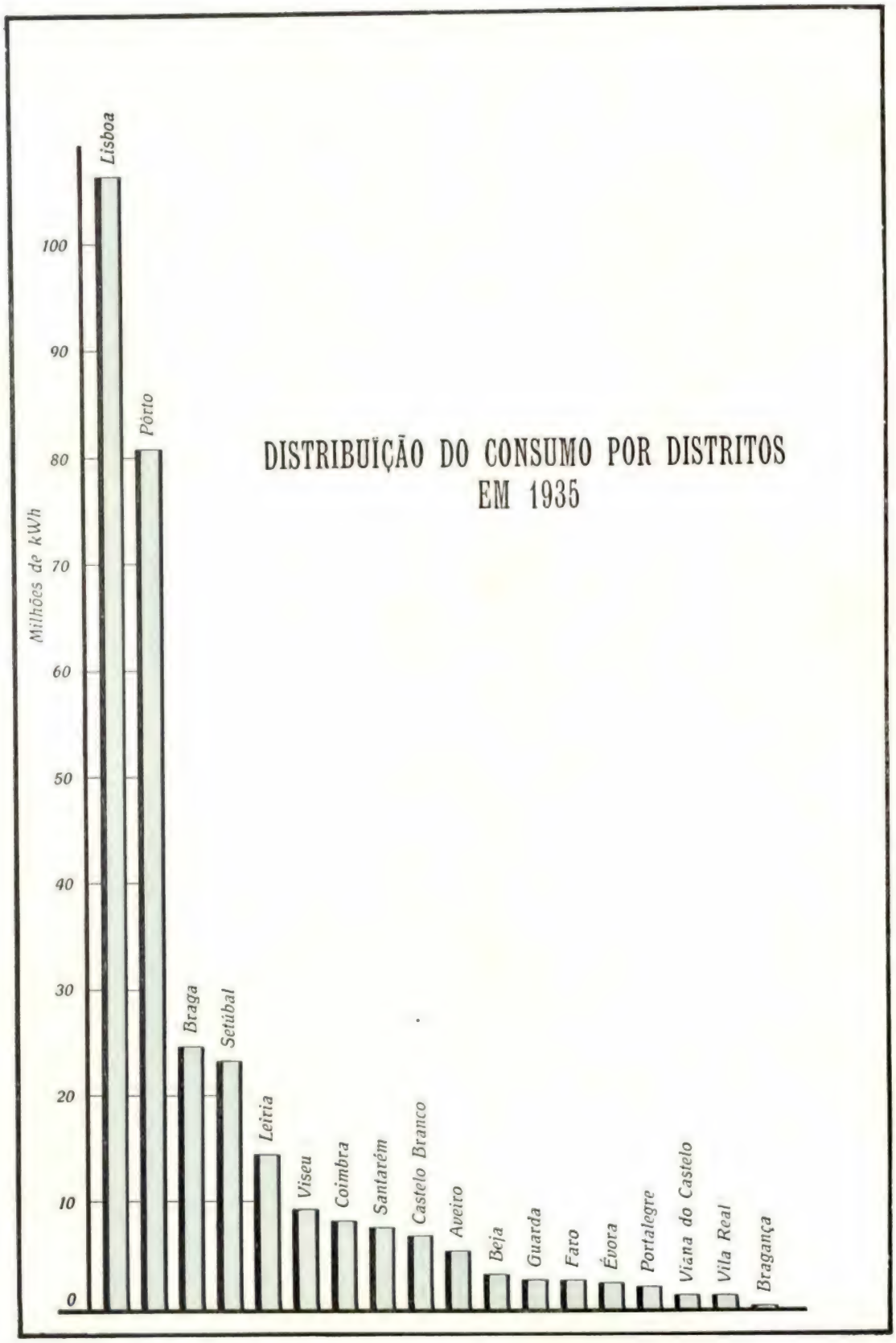
COMBUSTÍVEIS IMPORTADOS 52,8 %

CONSUMO DE FÔRÇA MOTRIZ EM 1935

MILHÕES DE kWh

CLASSES DE INDÚSTRIA

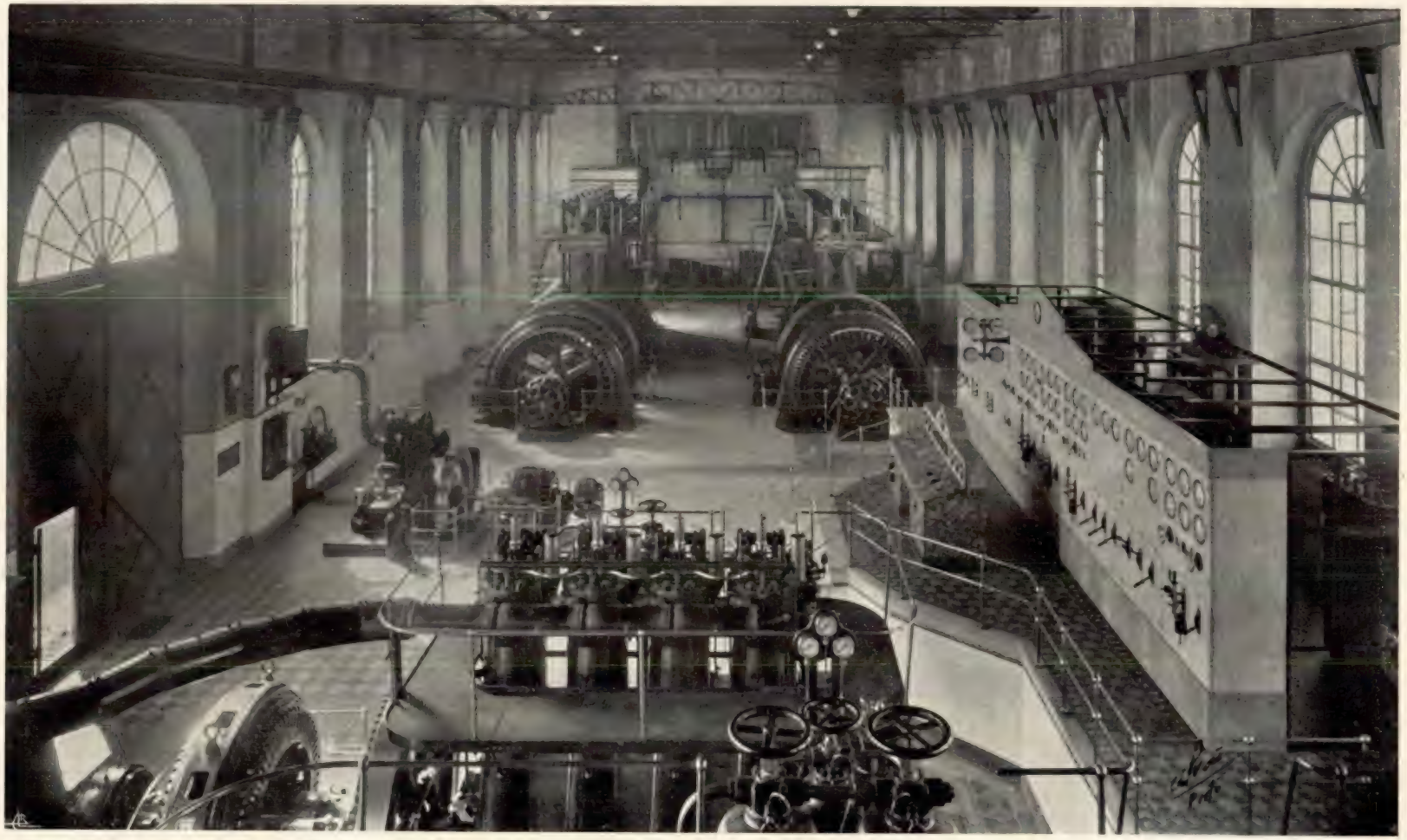

PRINCIPAIS SISTEMAS PRODUTORES
Milhões de kWh
90
80
70
60
50
40
30
20
10
0
1927
1928
1929
1930
1931
1932
1933
1934
1935
C.ª Reünidas
Electra del Lima e U. E. P.
Carris de Lisboa
Carris do Pôrto
Varosa
S.ª da Estrêla
Urbana e Rural
Alto Alentejo


DISTRIBUIÇÃO DO CONSUMO POR DISTRITOS
EM 1935
Milhões de kWh
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100
Lisboa
Pôrto
Braga
Setúbal
Leiria
Viseu
Coimbra
Santarém
Castelo Branco
Aveiro
Beja
Guarda
Faro
Évora
Portalegre
Viana do Castelo
Vila Real
Bragança

JAYME DA COSTA, L.DA

ENGENHEIROS

LISBOA **PORTO**



MANUTENÇÃO MILITAR — LISBOA

Central Diesel-eléctrica

Nesta Central instalamos em 1921 dois grupos compostos cada um de um motor a óleos pesados "POLAR" de 1000 HP. e alternador "ASEA" de 850 kVA, e outro grupo com motor "POLAR" de 550 HP. e alternador "ASEA" de 450 kVA. Em 1927 instalamos um novo grupo "POLAR-ASEA" de 250 HP./210 kVA., e em 1931 outro grupo "POLAR-ASEA" de 80 HP./80 kVA.

Para a mesma instalação fornecemos um quadro de distribuição e manobra de 10 painéis, bancada de manobra, cêrca de cem motores eléctricos com a potência total de 2385 HP., forno eléctrico, pôsto de transformação de 100 kVA., etc.

JAYME DA COSTA, L.DA

ENGENHEIROS

PORTO
PRAÇA DA BATALHA, 12

LISBOA
RUA DOS CORREEIROS, 14

REPRESENTANTES DAS FIRMAS

ALLMÄNNA SVENSKA ELEKTRISKA A.B. (ASEA), VÉSTERAS, SUÉCIA

Motores e geradores de corrente contínua e alterna, transformadores, aparelhagem de alta e de baixa tensão. Ascensores, monta-cargas e gruas. Máquinas eléctricas especiais para as indústrias de fiação, tecelagem, papel, etc. Electrificação completa de fábricas, caminhos de ferro, etc.

SVENSKA TURBINFABRIKS A.B. LJUNGSTRÖM, FINSPONG, SUÉCIA

Turbinas a vapor **STAL.**

AKTIEBOLAGET ATLAS DIESEL, ESTOCOLMO, SUÉCIA

Motores a óleos pesados estacionários e marítimos **POLAR.**
Compressores e ferramentas pneumáticas **ATLAS.**

AKTIEBOLAGET PENTAVERKEN, SKÖVDE, SUÉCIA

Motores marítimos **PENTA** a gasolina, petróleo e óleo. Moto-bombas, grupos electrogéneos.

LANDIS & GYR S.A., ZUG, SUISSA

Contadores eléctricos e aparelhos derivados, relógios e auto-interruptores.

GEBR. RITZ & SCHWEIZER, SCHWÄB, GMÜND, ALEMANHA

Bombas centrífugas, de alta e baixa pressão.

BAMFORDS, LTD., UTTOXETER, INGLATERRA

Motores Diesel de pequenas potências, motores a gasolina e petróleo.

SANDVIKENS JERNVERKS AKTIEBOLAG, SANDVIKEN, SUÉCIA

Aços para tôdas as aplicações.

LOUIS BRENTA, BRUXELAS, BÉLGICA

Serras de fita para trabalhar madeira, com e sem chariot.

JEAN VICAN, CASTELJALOUX, FRANÇA

Máquinas para trabalhar madeira.

AKTIEBOLAGET BALTIC, ESTOCOLMO, SUÉCIA

Desnatadeiras, batedeiras, máquinas para o tratamento do leite.

BERLIN-ANHALTISCHE MASCHINENBAU, A. G., DESSAU, ALEMANHA (BAMAG).

Materiais para transmissões, aparelhos diferenciais eléctricos, tensores de correia.

BERLINER MASCHINENBAU-A. G. (SCHWARTZKOPFF), BERLIM, ALEMANHA

Locomotivas a vapor e a óleo, material para caminhos de ferro.

POLÍTICA HIDRÁULICA

Uma Repartição do Estado, que honra o País e a Engenharia Nacional

À Sociedade Italo-Portuguesa foi adjudicada a empreitada para as Obras de Rega da Campina da **Idanha-a-Nova,** Projecto da Junta Autónoma das Obras de Hidráulica Agrícola, pela quantia de 27.221.950$00, para a empreitada geral, 400$00 por metro de sondagem e 615$00 por tonelada de cimento injectado.

Os elementos que constituem a empreitada adjudicada são os seguintes:

Barragem em formigão, de perfil gravidade, e respectivas obras complementares (Tomada de água, Descarga de fundo, Descarregador de superfície, etc.).

Sondagens e injecções de cimento na rocha de fundação da barragem.

Edifício para o pessoal da fiscalização.

Central Hidro-eléctrica.

Canal condutor geral.

Quatro canais distribuidores.

Estação elevatória.

Estrada de acesso à barragem.

Casas para cantoneiros.

Rêde telefónica.

A área posta já em regime de regadio é de 1250 hectares, estando porém já estudadas as obras principais, como são a albufeira e o condutor geral, para a rega dos 6740 hectares que constituem a área total a beneficiar, podendo a diferença de 5490 hectares ser metida em regadio quando o meio agrícola o recomende.

A energia eléctrica produzida na central do pé da barragem é de cêrca de **3.500.000 KW** anuais.

Parte desta energia será empregada nas estações elevatórias e a restante na rêde geral do país.

Esta obra deve estar concluída dentro de 4 anos.

Encontra-se aberto o concurso para adjudicação da empreitada do **Vale do Gaio** *(Vale do Sado, curso inferior, 2.ª parte),* na importância de 33.500.000$00, o que juntamente com a obra do **Pego do Altar** *(Vale do Sado, curso inferior, 1.ª parte),* adjudicada ao Eng.º Ramalho Rosa, pela importância de 33.425.000$00, perfaz um total de mais de 94 milhões de escudos.

Alguns inconvenientes da promoção por antiguidade[1]

NECESSIDADE DA SELECÇÃO

POR JOAQUIM M. ESPARTEIRO
CAPITÃO-TENENTE

O ressurgimento do nosso material naval, tão longamente ambicionado por tôda a Marinha, teve recente e felizmente o seu início. Já possuímos uma pequena fôrça naval, dotada de um certo valor militar, muito embora represente apenas uma pequena fracção do que as nossas necessidades de potência marítimo-colonial demandam. A existência e a utilização desta fôrça dão mais actualidade e importância ao problema do pessoal que o há-de manejar, isto é, ao pessoal de Marinha.

Os factores material e pessoal, de natureza estática e dinâmica respectivamente, represen-

(1) Por acharmos interessantes, certos pontos de vista do autor, com a devida vénia, transcrevemos na íntegra, o presente artigo, dos ANAIS DO CLUB MILITAR NAVAL.

tam no seu conjunto o elemento essencial do nosso potencial naval. Da perfeição técnica dum e do grau de preparação do outro é que depende, em primeira linha, a eficiência a esperar da sua actuação.

Nada contesta o velho lugar comum de que o pessoal pesa bem mais do que o material, seja no rendimento a obter dos serviços, seja na decisão dum conflito. A simples observação dos factos que nos rodeiam em qualquer ramo da actividade humana constitue prova sobeja da evidência do assêrto, sem necessidade de procurar na História a sua multi-repetida confirmação.

Um material excelente, produto dos últimos aperfeiçoamentos da técnica, será consideràvelmente apoucado em relação aos efeitos que com êle se podem obter, se o pessoal não estiver convenientemente educado, isto é, se não possuir aquela soma de conhecimentos, de experiência e de qualidades que devem constituir o seu *préstimo mínimo*.

Não se dispõe infelizmente, entre nós, dum método seguro e eficaz para a determinação dêste mínimo, nem tampouco para a escalonação de valores que é necessário atribuir a cada elemento do pessoal, em base a diversos factores cujo conjunto forma o que bem se pode designar por *índice de produtividade* de cada um.

Não é compreensível, não é justo, nem é vantajoso para o serviço conservar cada um no lugar que lhe foi destinado no início da sua carreira ignorando aquele conjunto de qualidades que se revelam e se desenvolvem pela vida fora e que valorizam o indivíduo como elemento produtivo.

Dado que as classificações escolares se baseiam fundamentalmente na apreciação de méritos de natureza académica, não é lògicamente de admitir a constância de posições relativas com que se atravessa o longo período de serviço activo. Além disso, a valorização dos candidatos a oficiais representa, por assim dizer, um valor instantâneo do seu mérito, quando se considera o largo período, de revelação ou não, em que a sua personalidade se manifesta.

Deve, por conseqüência, a posição relativa de cada um ser considerada como continuamente variável para que haja garantias de que se produz o melhor que humanamente é possível.

É certo que por vezes se poderá deduzir, com carácter provisório, o sentido em que se desenvolverão tais ou tais aptidões, mas nunca estabelecer duma forma absoluta o que é por si mesmo dependente de tantas variáveis.

Utilizando a terminologia matemática pode afirmar-se que a fixidez de posições do pessoal equivale a igualar a uma quantidade essencialmente constante uma função de muitas variáveis, o que implica a identidade de conceitos diametralmente opostos.

Dêstes factos parece mais que lícito estabelecer a conclusão de que um bom rendimento do pessoal, em serviços em que é necessária e indispensável a escala hierárquica, não se obtém senão atribuindo a cada um o seu valor intrínseco, mercê do qual será fixada a posição relativa a ocupar.

A legitimidade desta conclusão, que se afigura indestrutível, dá lugar a uma outra do mais largo alcance de ordem moral: as posições relativas baseadas no mérito conduzem à equivalência entre os conceitos de antiguidade e de maior aptidão.

Ninguém poderá contestar a acção benéfica que tal circunstância produzirá nos vários ramos do serviço.

Quando se analisam detidamente alguns dos inconvenientes das escalas hierárquicas baseadas ùnicamente na antiguidade, não é difícil concluir que a sua origem reside precisamente na ausência do apuramnnto de valores (selecção).

Reflectindo, por outro lado, em muitas anomalias da mesma natureza que ferem a atenção e matam o estímulo e o entusiasmo dos que podem e querem trabalhar, chega-se invariàvelmente ao resultado de que elas não existiriam se as posições relativas de cada um fôssem, não essencialmente constantes, mas continuamente variáveis, dependentes do mérito do indivíduo.

A criação, manutenção e avigoramento do estímulo para o trabalho representam, à luz da experiência de todos os tempos, um decisivo factor na capacidade produtiva do pessoal.

A variável tempo, que só um extremismo inadmissível levaria a excluir daquela função complexa que se identifica com o mérito pes-

soal, tem òbviamente de ser tomada em conta mas com um *pêso* menor do que aquele que lhe é habitualmente atribuído.

Parece, pois, do que fica exposto, deduzir-se como lógico, essencial e até humano a necessidade de determinar, em primeiro lugar, quem fica aquém do préstimo mínimo e, em segundo lugar, escalonar aqueles que se colocassem além dêsse mesmo limite.

Em nosso entender, é êste um dos mais instantes problemas que a Marinha terá a resolver, o qual, de resto, é um corolário obrigatório da renovação do material.

A corporação valorizar-se-á como elemento importante da defesa do País e dará mais uma prova de iniludìvelmente pugnar por uma maior eficiência na missão que tem a desempenhar.

Objecta-se muitas vezes que é difícil e eventualmente injusta a destrinça de valores e que, por conseqüência, é preferível não alterar o sistema. Tal ponto de vista não é aceitável, aliás o sistema de selecção em vigor noutros serviços do Estado, nalguns recentemente, não lograria a sanção do próprio Estado.

O que não parece tão fàcilmente sujeito a objecções é o facto da imutabilidade de posições, conseqüência da hierarquia por antiguidade, dar lugar ao mínimo rendimento dos serviços com os, entre outros, concomitantes inconvenientes mencionados.

Ao passo que a selecção introduz correcções que a experiência e o desenvolvimento desigual de cada um mostrem necessárias, a hierarquia por antiguidade ignora-as.

Se a doutrina que acaba de ser tão sumàriamente exposta é exacta e de constante e proveitosa aplicação em corporações de natureza particular, muito mais se sente a sua necessidade na Marinha a quem estão confiadas a guarda e a protecção de tão extensos e vitais interêsses do nosso Império d'Aquém e d'Além-Mar.

Fevereiro de 1936.

DO MUNDO TÉCNICO

Aplicação das ondas ultra-acústicas

As ondas ultra-acústicas, imperceptíveis ao ouvido humano, encontraram interessante e útil aplicação na fabricação de chapas e filmes fotográficos.

Verificou-se que as minúsculas partículas de brometo de prata, constitutivas do elemento sensível à luz das emulsões fotográficas, se distribuem mais regularmente sôbre o suporte e não tendem a aglutinação quando a emulsão é submetida à acção dessas vibrações ultra-rápidas.

É mais um fenómeno que sai do laboratório de pesquizas científicas para enriquecer os recursos técnicos da fabricação industrial.

O grafito coloidal na lubrificação dos motores de explosão

As qualidades do grafito como lubrificante já são conhecidas de há muito nos mancais de deslisamento em que o munhão está animado de velocidades relativamente baixas.

Enquanto o diamante é o corpo mais duro que se conhece, o grafito, outra modalidade do carbono, é untuoso e mole. Para empregá-lo como lubrificante é, porém, necessário obtê-lo em estado de grande pureza e adicioná-lo a um veículo que o transporte aos pontos ou superfícies a lubrificar.

Essa a principal dificuldade de sua aplicação aos motores velozes, onde o óleo destinado à lubrificação dos cilindros, pelas condições de temperatura em que é aplicado, tem um coeficiente de viscosidade relativamente baixo. Para usá-lo como veículo do grafito será necessário que êste se ache em estado de extrema finura, coloidal, com partículas de dimensões inferiores às dos glóbulos vermelhos do sangue humano.

Nessas condições, o grafito fica em suspensão estável no óleo lubrificante.

A lubrificação dos cilindros dos motores de explosão com tais óleos grafitados, têm como conseqüência a eliminação da rugosidade das paredes, visível com ampliações de 75 a 100 diâmetros, inevitável por mais cuidada que seja a usinagem das peças.

As experiências de Shaw, na Inglaterra, demonstram concretamente a formação de um espêlho de grafito nas paredes dos motores de explosão (de automóveis) lubrificados com óleos grafitados. Tais lubrificantes permitem portanto, a correcção das irregularidades da superfície das paredes dos cilindros, fornecendo uma superfície mais lisa e diminuindo sensìvelmente as perdas por atrito do êmbolo contra as paredes do cilindro.

A lubrificação será mais perfeita também pela adesão do óleo às partículas de grafito e, por intermédio delas, às paredes do cilindro, o consumo de óleo lubrificante baixa, por não ser o mesmo arrastado pelo carter.

(Da *Revista Brasileira de Engenharia*—Junho de 1936)

O novo estádio coberto do colégio de Swarthmore na Pensilvânia

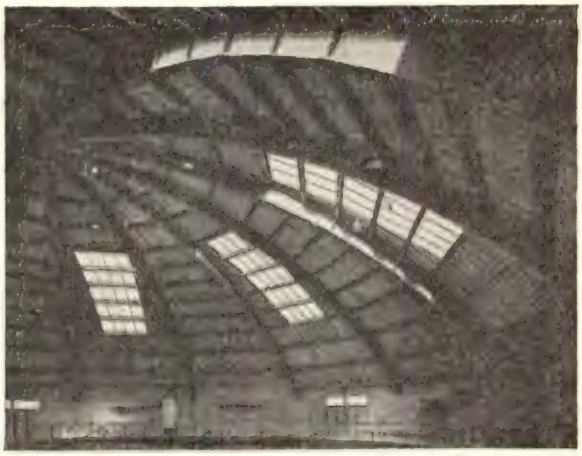
O colégio de Swarthmore, pequena cidade situada perto de Filadélfia, nos Estados Unidos, acaba de construir um vasto estádio coberto destinado à prática de diferentes desportos e que pode eventualmente receber 6.000 pessoas.

Êste estádio comporta, especialmente, um «hall» cujas dimensões atingem 100 metros de comprido e 38 metros de largo. A altura livre é de 12,5 metros. Devido ao sistema construtivo adoptado, nenhum ele-

Vista geral do estádio coberto do colégio de Swarthmore

mento da estrutura prejudica o estádio ou incomoda os jogadores.

A cobertura, em grande parte envidraçada, (a superfície envidraçada representa 25 % da superfície útil) é constituída por arcos metálicos formados por partes rectilíneas de vigotas dum tipo standard ligadas tôpo a tôpo sob um ângulo vizinho de 180°.



Formenor da cobertura de uma das extremidades semi-circulares

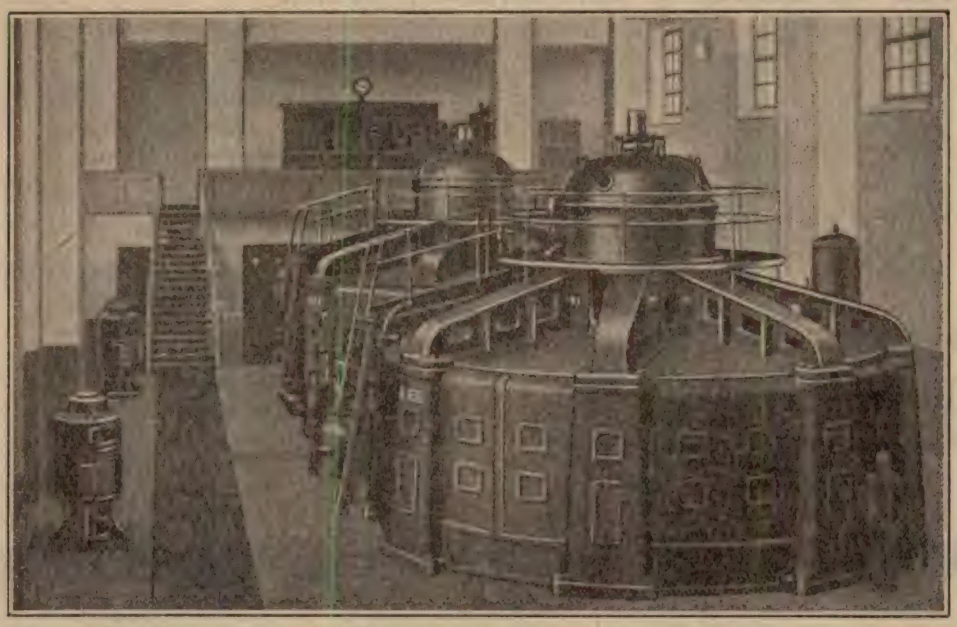
Além das vantagens económica e prática, êste modo de construção dá ao estádio do colégio de Swarthmore uma linha duma bela estética e duma grande leveza.

(*Architectural Record, n.º 5* — 1936)

PUBLICAÇÕES RECEBIDAS

REVISTA BRASILEIRA DE ENGENHARIA—Junho, Julho e Agôsto de 1936.
BOLETIM DO INSTITUTO DE ENGENHARIA — Março, Abril, Maio e Junho de 1936.
REVISTA DA DIRECTORIA DE ENGENHARIA — Julho e Setembro de 1936.
EL PROGRESO DE LA INGENIERIA — Julho, Agôsto, Setembro, Outubro e Novembro de 1936.
L'OSSATURE METALLIQUE — Julho, Agôsto, Setembro e Outubro de 1936.
LA INGENIERIA — Junho, Julho, Agôsto e Setembro de 1936.
REVISTA DEL CENTRO DE ESTUDIANTES DE INGENIERIA — Julho e Agôsto de 1936.
REVISTA SIEMENS — N.º 3 — 1936.
REVUE DE L'ALUMINIUM—Julho, Agôsto, Setembro e Outubro de 1936.
REVUE AEG — N.º 4 — 1936.
REVUE BROWN BOVERI — Julho, Agôsto, Setembro e Outubro de 1936.
REVUE DU NICKEL — Julho e Setembro de 1936.
LA TECHNIQUE SANITAIRE ET MUNICIPALE — Junho, Julho e Agôsto de 1936.
ASEA REVUE — Setembro de 1936.
REVUE SULZER — N.º 3 — 1936.
CTC — N.º 9 — 1935.
ARCOS — Julho e Setembro de 1936.
REVISTA DA ASSOCIAÇÃO DOS ENGENHEIROS CIVIS PORTUGUESES — Junho, Julho, Agôsto e Setembro de 1936.
ANAIS DA ESCOLA DE MINAS DE OURO PRETO — N.º 26 — 1934, N.º — 25 — 1935.
REVISTA AGRONÓMICA — N.º 1 — 1936.
INDÚSTRIA PORTUGUESA — Julho, Agôsto e Setembro de 1936.
REVISTA PORTUGUESA DE COMUNICAÇÕES — Julho, Agôsto e Setembro de 1936.
REVISTA DA FACULDADE DE ENGENHARIA — Junho de 1936.
REVISTA DE ARTILHARIA—Junho, Julho, Agôsto e Setembro de 1936.
BOLETIM DE MINAS — 1933.
PROELIUM — N.º 17 — 1936.
MEDICINA — Abril, Maio e Junho de 1936.
MEDICINA VETERINÁRIA — Abril de 1936.
BOLETIM DA SOCIEDADE DE GEOGRAFIA — Maio, Junho, Julho e Agôsto de 1936.
ACTIVIDADE ECONÓMICA DE ANGOLA — N.º 2 — 1936.
PORTUGAL CORTICEIRO—1 e 15 de Agôsto, 1 e 15 de Setembro e 1 e 15 de Outubro de 1936.
SEARA NOVA — N.ºs 480, 481, 482, 483, 484, 485, 486 e 487.
BROTÉRIA — Agôsto, Setembro e Outubro de 1936.
NAÇÃO PORTUGUESA — Fasc. III — 1936.
GIL VICENTE — Maio e Junho de 1936.
CLÍNICA, HIGIENE E HIDROLOGIA—Junho, Julho e Agôsto de 1936.
BOLETIM DA ASSOCIAÇÃO DE AGRICULTURA PORTUGUESA — Julho, Agôsto e Setembro de 1936.
PROVÍNCIA DE ANGOLA — 1936.

AEG LUSITANA DE ELECTRICIDADE



Central hidro-eléctrica com geradores verticais de 6.500 KVA, 83 rot. mim. cada

Centrais termo e hidro-eléctricas. Electrificação de caminhos de ferro. Máquinas para soldadura eléctrica por arco e resistência para tôdas as aplicações. Estações de transformação de qualquer capacidade e tensão. Accionamentos eléctricos especiais para fábricas texteis. Motores e aparelhagens para tôdas as indústrias.

Motores de duplo enrolamento
sem escôvas nem resistência de arranque

AEG

LISBOA
Rua dos Fanqueiros, 12 a 16

PORTO
Rua Sá da Bandeira, 209 a 215

TAM-TEX

A tinta impremeabilizadora empregada nas importantes obras do Estado e particulares; como:

ÚNICOS IMPORTADORES

AGUIAR & MELO, L.DA

P. do Municipio, 13, Loja

L I S B O A

Arsenal do Alfeite
Colégio de St.ª Dorotea (Lisboa)
Créche Júlia Moreira (Lisboa)
Escola do Bairro Social do Arco do Cego
Escola Naval no Alfeite
Hospital Curry Cabral
Hospital de St.º António dos Capuchos
Instituto Nacional de Estatística
Liceu Fialho d'Almeida (Beja)
Liceu Júlio Henriques (Coimbra)
Liceu Latino Coelho (Lamego)
Maternidade Júlio Diniz (Pôrto)
Novo Manicómio de Lisboa
Palácio Nacional de Belem
Etc., Etc.

Anunciai no número especial da TÉCNICA, comemorativo das «Bodas de Prata» e da inauguração das novas instalações do I. S. T.

PREÇOS DOS ANÚNCIOS:

	1 página	1/2 página	1/4 página
2.ª e 3.ª páginas da capa e folhas intercaladas no texto	400$00	250$00	150$00
4.ª página da capa	600$00	400$00	200$00
Páginas de anúncios: Última antes do texto ou primeira depois do texto	400$00	250$00	150$00
Páginas de anúncios: Qualquer outra	200$00	150$00	100$00

Dimensões: 1 pág. 20×28; 1/2 pág. 10×28 ou 20×14; 1/4 de pág. 10×14
Sem qualquer desconto.

Êste número será distribuído gratuítamente, a tôdas as entidades oficiais e particulares, da Metrópole e Colónias interessadas em questões técnicas.

TIRAGEM: 5.000 EXEMPLARES

CIMENTO ARMADO

BRITAS LAVADAS E SELECCIONADAS

Os Exm.os Srs. Engenheiros, Arquitectos e Construtores podem obter, quási aos preços das britas ordinárias, as nossas britas lavadas e seleccionadas, que podemos fornecer em 6 calibres diferentes, de tamanhos uniformes com as dimensões seguintes:

GRANULOS		5 m/m
GRANITO	N.º 1	10 »
GRANITO	N.º 2	15 »
MORRAÇA	N.º 1	22 »
MORRAÇA	N.º 2	30 »
CASCALHO		45 »

As nossas britas são produtos perfeitamente lavados que garantem uma perfeita liga ao cimento e que se impõem pelos seus seguros resultados

Especialmente recomendadas para trabalhos de grande responsabilidade, a n/gama de fabrico satisfaz todas as necessidades comerciais do mercado, preenchendo as exigências técnicas da moderna construção

Pedreira e instalação mecânica provida do mais moderno apetrechamento para britar, lavar e seleccionar pedra.

Travessa Francisco Rezende, ao Calhariz de Bemfica

TELEF. BEMFICA N.º 115

Pardal Monteiro, L.da

Granulados de mármores

para exportação e para o país

Mosaicos de granulados de mármore

OS MAIS BONITOS
OS MAIS RESISTENTES
OS MAIS VANTAJOSOS

Soc. Portuguesa CADAN

Rua D. Estefania, 42

Telefone 47812 *Lisboa*

«Modernas concepções da Mecânica»

Lições realizadas no Instituto dos Altos Estudos da Academia de Ciências de Lisboa

pelo Doutor Aureliano de Mira Fernandes

(Separata da «Técnica»)

Regulamento do betão armado

(Separata da «TÉCNICA»)

«Regulamento de pontes metálicas»

(Nova edição da separata da «Técnica»)

À VENDA NA

Associação dos Estudantes do Instituto Superior Técnico

SOCIEDADE INDUSTRIAL METALURGICA

Responsabilidade Limitada

(REGISTADO)

SERRALHARIAS, CALDEIRARIA, FERRARIA, FUNDIÇÕES

ESCRITÓRIO

Rua de S. Tiago, 13

LISBOA

Telefone 26572

OFICINAS E LABORATÓRIOS

DO

INSTITUTO SUPERIOR TÉCNICO

As oficinas pedagógicas do Instituto Superior Técnico, de CARPINTARIA DE MOLDE, de INSTRUMENTOS DE PRECISÃO e de ELECTROTÉCNICA, fornecem todo o género de material escolar e de demonstração para o ensino técnico. Nos laboratórios de QUÍMICA ANALÍTICA, FÍSICA INDUSTRIAL E DE MINERALOGIA executam-se análises para o público

Para quaisquer informações, dirigir-se ao secretário da comissão executiva

Companhia das Fábricas Cerâmica Lusitânia

Sociedade Anónima de Responsabilidade Limitada

Antiga Fábrica Bessière

12 Fábricas de bons produtos cerâmicos

Sede social: R. DO ARCO CEGO, 88 — LISBOA

Armazem no PORTO — 240, R. Nova do Almada, 253

Escritório das fábricas de COIMBRA — Loreto — Estação

Depósitos próprios de distribuição e venda em:

FARO, SETÚBAL, LISBOA, COIMBRA, VISEU, PÓRTO E BRAGA

TELEGRAMAS:

Lisboa - EREISSEB

Coimbra-CERAMICA LUSITANA

TELEFONES:

LISBOA..... 45146 (P. B. X.)
COIMBRA . 816
PORTO..... 4581
BRAGA..... 132
VIZEU..... 260
SETUBAL.. 435
FARO..... 231

AS MAIORES FABRICAS

DE

LOUÇA SANITÁRIA (1 FÁBRICA)

Retretes, lavatórios, bidets, urinóis, banheiras, pias, retretes turcas, etc. — O melhor fabrico nacional, rivalizando com o melhor estrangeiro

AZULEJOS (2 FÁBRICAS)

Brancos, decorados e artisticos, em pó de pedra e em pasta calcárea (Tipo Espanhol)

LADRILHOS DE CIMENTO (2 FÁBRICAS)

Os mais resistentes, os mais bonitos e os mais baratos

PRODUTOS REFRACTÁRIOS (2 FÁBRICAS)

Barro em pó, tejolos e tejoleiras. — A melhor qualidade e a maior garantia

MOSAICOS CERAMICOS (1 FÁBRICA)

Os mais resistentes, grande variedade de côres e de tipos

TELHAS E TEJOLOS (4 FÁBRICAS)

Todos os modelos e dimensões, a melhor qualidade, a maior produção, o mais baixo preço

TUBOS DE GRÉS (2 FÁBRICAS)

A melhor qualidade. — A maior resistência. — O mais baixo preço

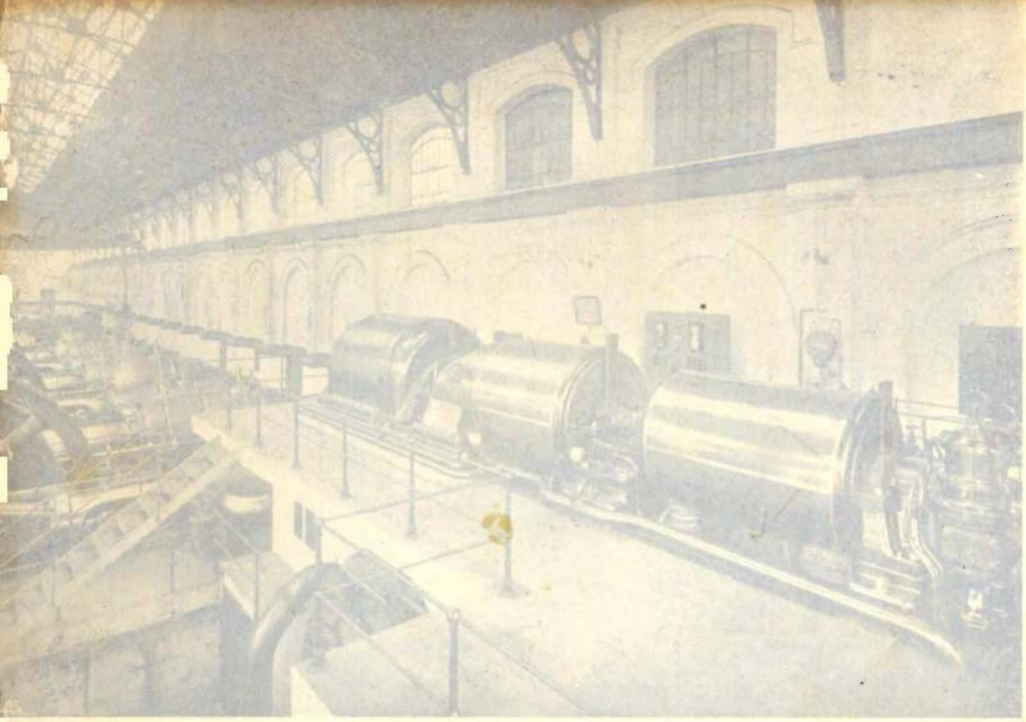
Produção anual: Mais de 50 milhões de produtos

Area construída: mais de 80.000 metros quadrados

1.000 cavalos de fôrça motriz

2.000 operários e empregados

PORTUGUESES! PREFERI OS NOSSOS PRODUTOS!



O turbo-grupo a vapor de 5.000 kilowatts da Central de Massarelos da Companhia de Carris de Ferro do Porto

Sociedade Anónima

BROWN, BOVERI & CIE.

BADEN (SUISSA)

A firma que instalou o maior número de kilowatts nas centrais Eléctricas Portuguesas

A firma que montou o maior número de turbinas a vapor em Portugal

REPRESENTANTE GERAL:

EDOUARD DALPHIN, ENGENHEIRO-DELEGADO

Escritório Técnico: Rua Passos Manuel, 191, 2.º — PORTO

Centrais Termo e Hidro-Eléctricas, Sub-Estações Eléctricas
Caminhos de Ferro Eléctricos

TURBINAS DE VAPOR — MUTADORES

Carros Eléctricos — Máquinas de Extracção — Motores Eléctricos

COMANDOS ELÉCTRICOS ESPECIAIS

para as máquinas utilizadas nas Fábricas de Fiação, Tecelagem, Acabamentos, Estamparia, Tinturária, de Cimento, Moagem, etc.